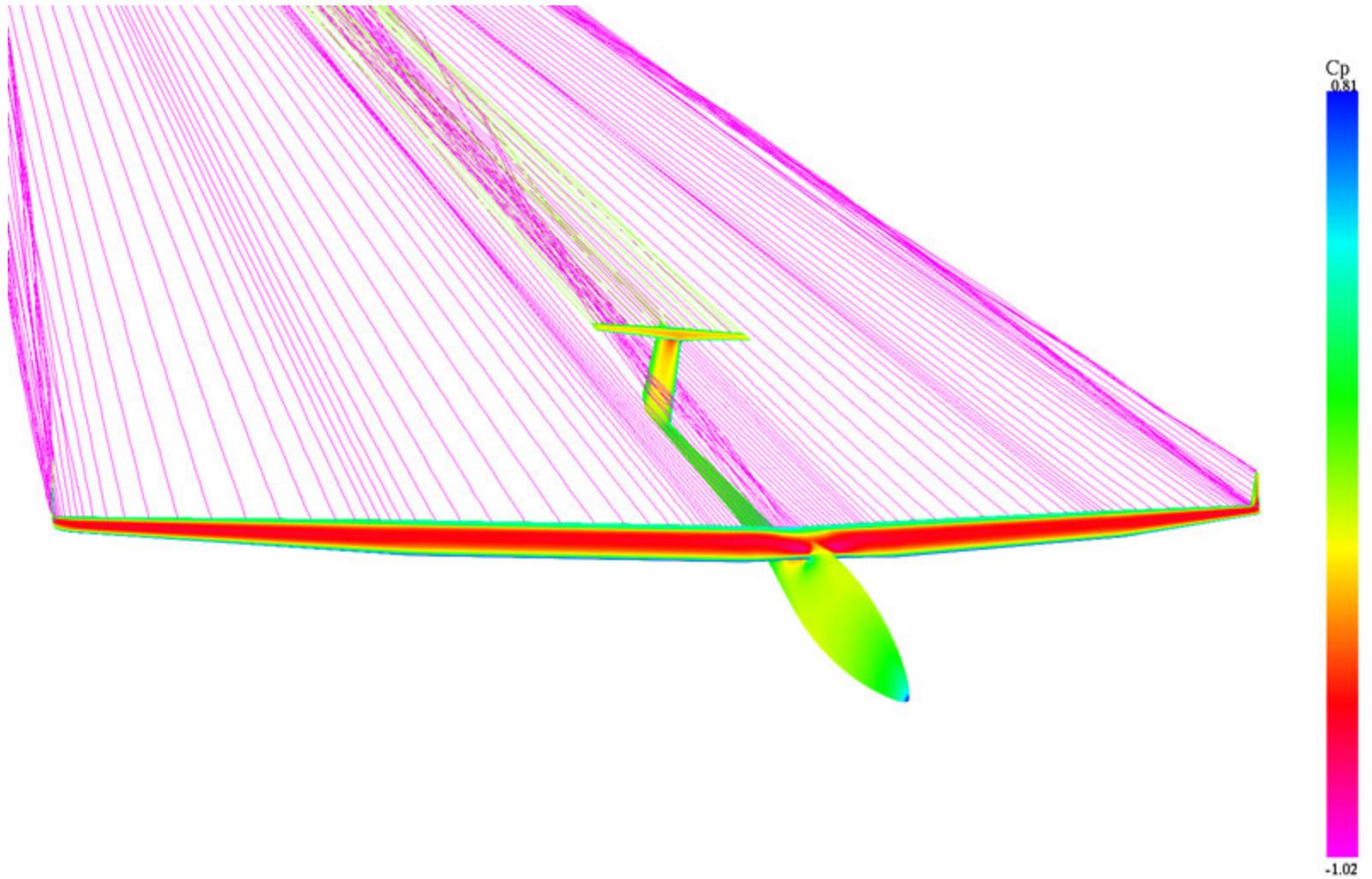
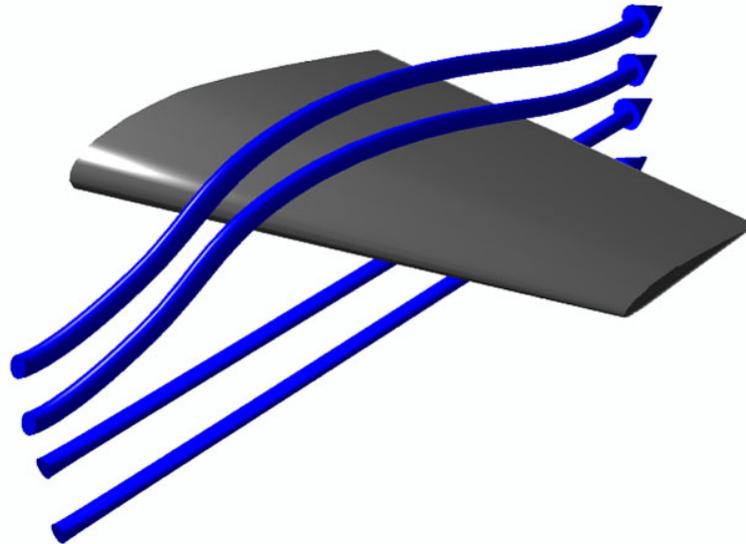


# Métodos Numéricos em Aerodinâmica para Cálculos Tridimensionais

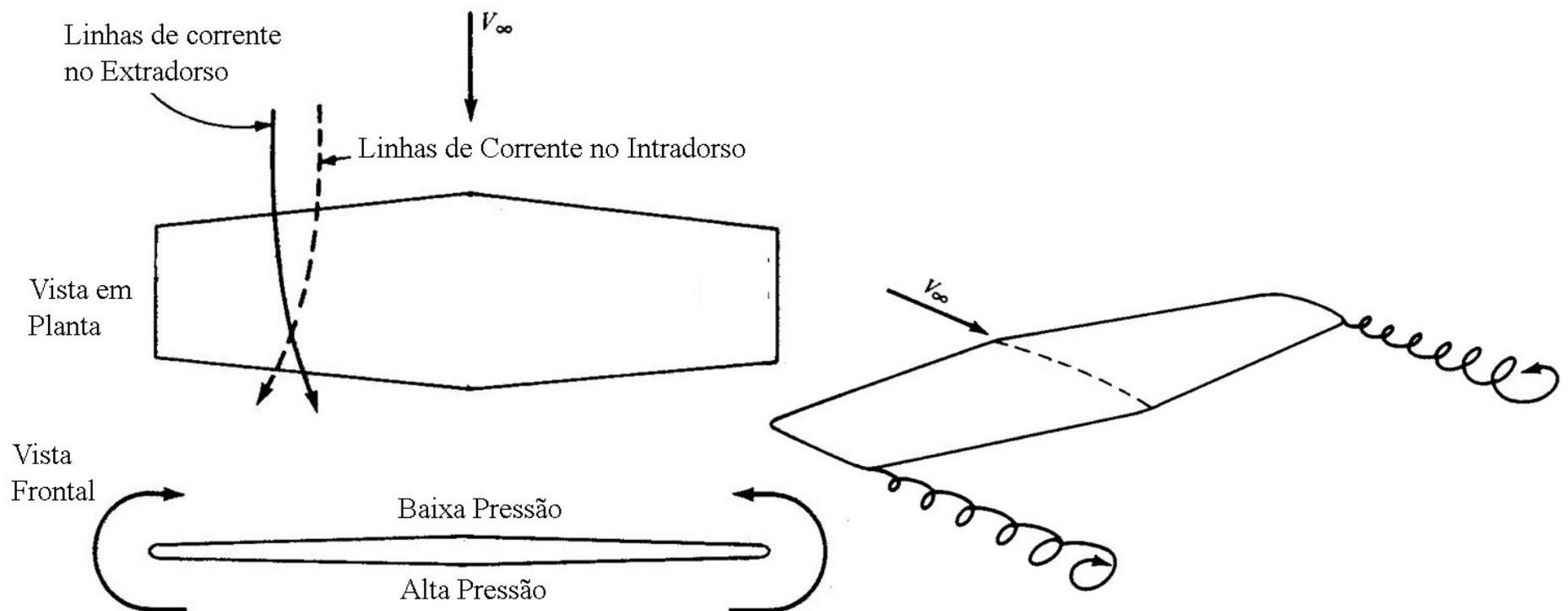


Em uma asa real, ao contrário do que ocorre em uma asa infinita, existem efeitos associados às extremidades das superfícies, ou seja, nas pontas de asa. Além da influência mútua entre as superfícies, causando por exemplo o efeito conhecido como downwash em empenagens.

Em uma asa infinita, ou na parte mais interna de uma asa finita, o fluxo de ar ocorre somente do bordo de ataque para o bordo de fuga, paralelamente ao escoamento.



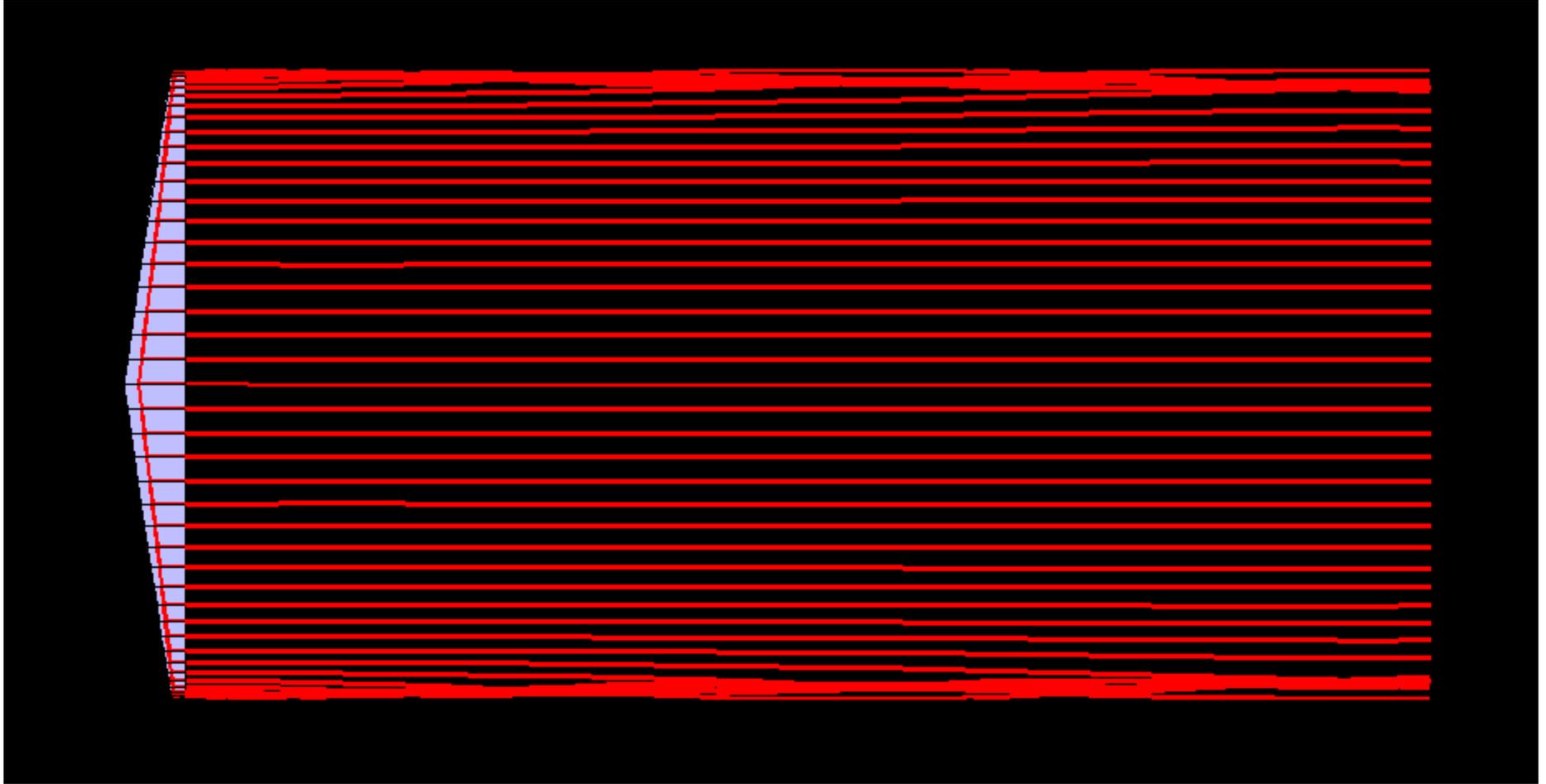
No entanto, nas pontas de asa, o ar flui diretamente do intradorso para o extradorso, por fora da superfície, devido a diferença de pressão, causando assim uma série de fenômenos específicos, como por exemplo a formação de um vórtice na ponta da asa.

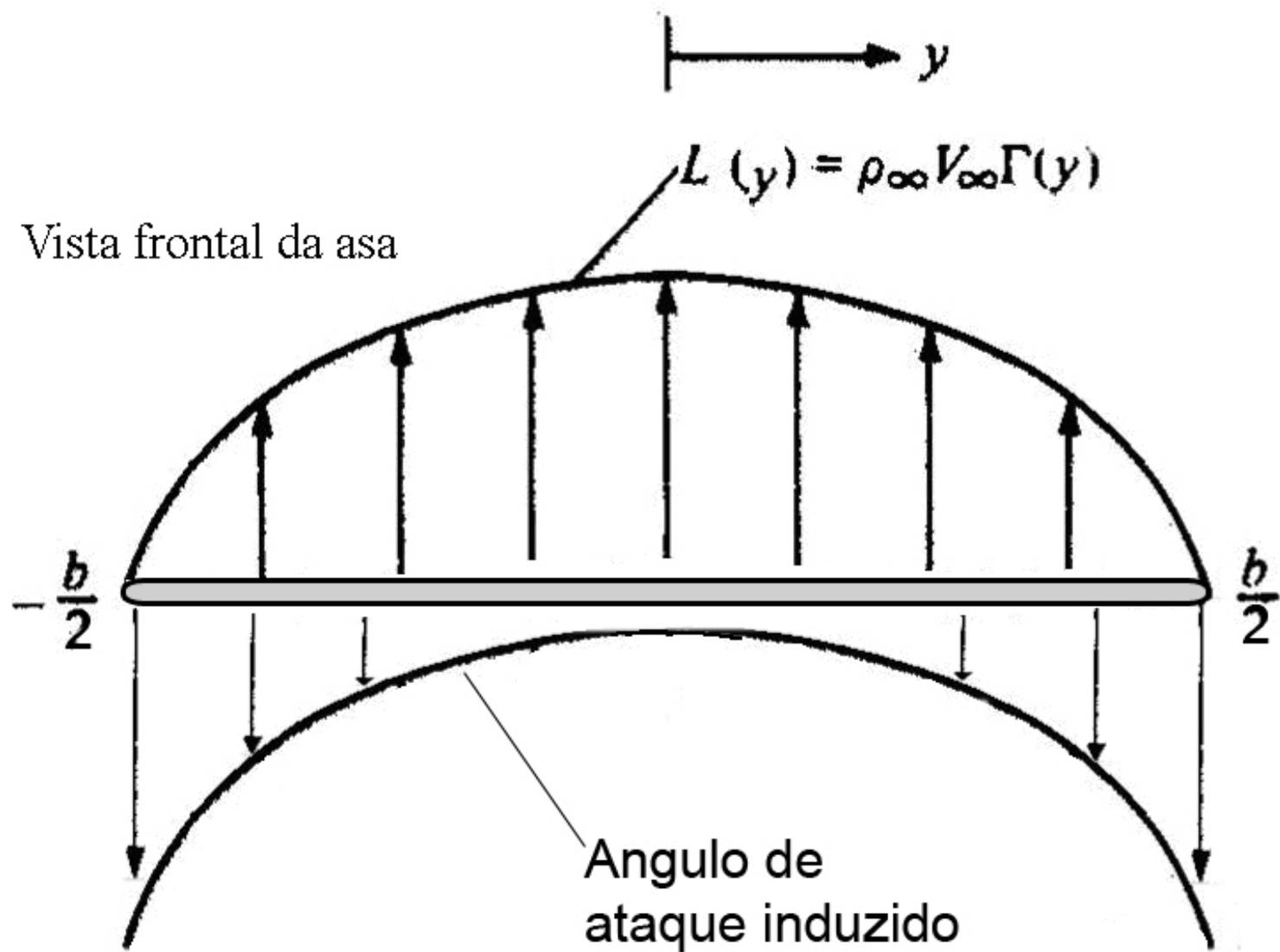




Dryden Flight Research Center ECN 3831 Photographed 1974  
B-727 vortex study NASA photo







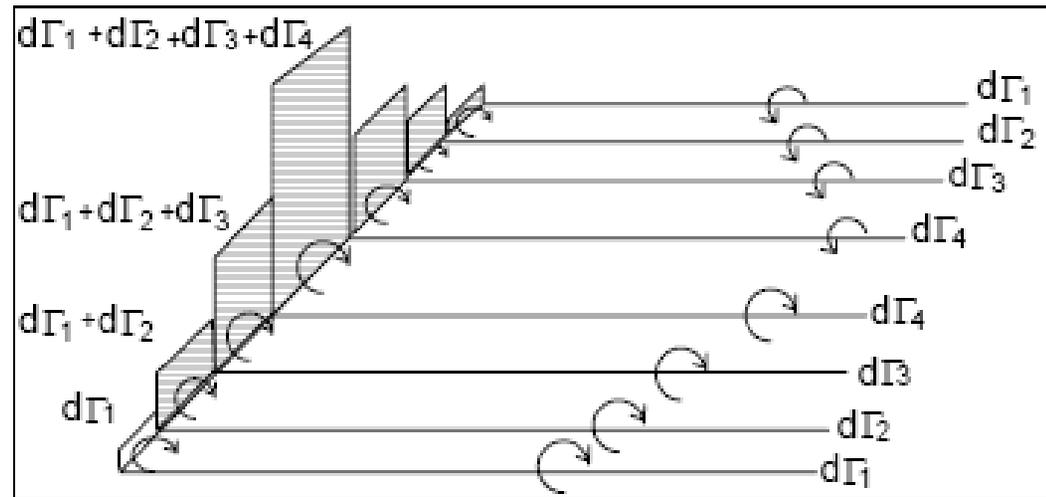
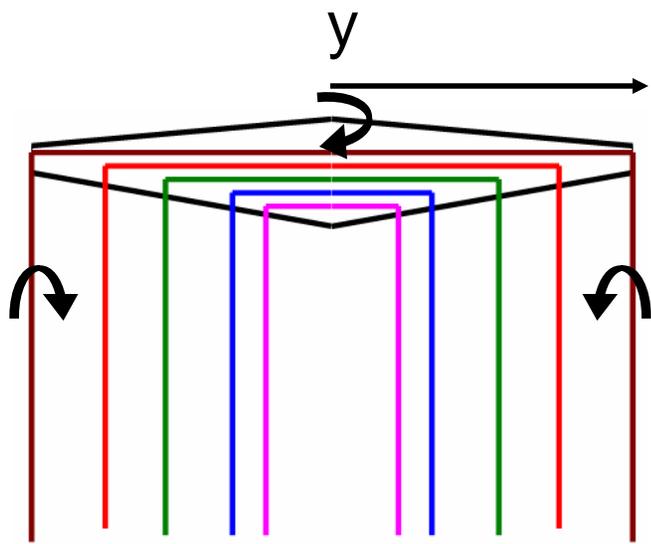
## Principais Método de Solução da Asa Finita

## **Linha Sustentadora Clássica**

Desenvolvido por Ludwig Prandtl, foi o primeiro método analítico capaz de calcular com precisão a distribuição de sustentação e o arrasto induzido em uma asa finita, tendo um profundo impacto no desenvolvimento da aerodinâmica moderna, sendo um método largamente utilizado nos dias de hoje.

O método é baseado na distribuição de singularidades do tipo vórtice ferradura ao longo da asa, sendo o mais rápido dos métodos quando solucionado numericamente, devido ao volume reduzido de equações a serem resolvidas.

Sua solução numérica é feita normalmente com expansões em série de Fourier ou através do método desenvolvido por Multhopp.



$$w(y_o) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{(d\Gamma/dy)}{y_o - y} dy$$

$$L = \rho_{\infty} V_{\infty} \int_{-b/2}^{+b/2} \Gamma(y) dy$$

$$\alpha_i(y_o) = \frac{1}{4\pi V_{\infty}} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{(d\Gamma/dy)}{y_o - y} dy$$

Apesar de o método aceitar torção geométrica, torção aerodinâmica e variações na corda, sua forma clássica possui sérias limitações como, por exemplo, ser aplicável a somente uma única superfície sustentadora de geometria simples não permitindo diedro ou enflexamento, não permite velocidades de rolamento, arfagem e guinada, e o escoamento precisa ser paralelo ao plano de simetria da asa, não permitindo o ângulos de derrapagem

## **Método dos Painéis e Método de Vortex Lattice (ou superfície sustentadora)**

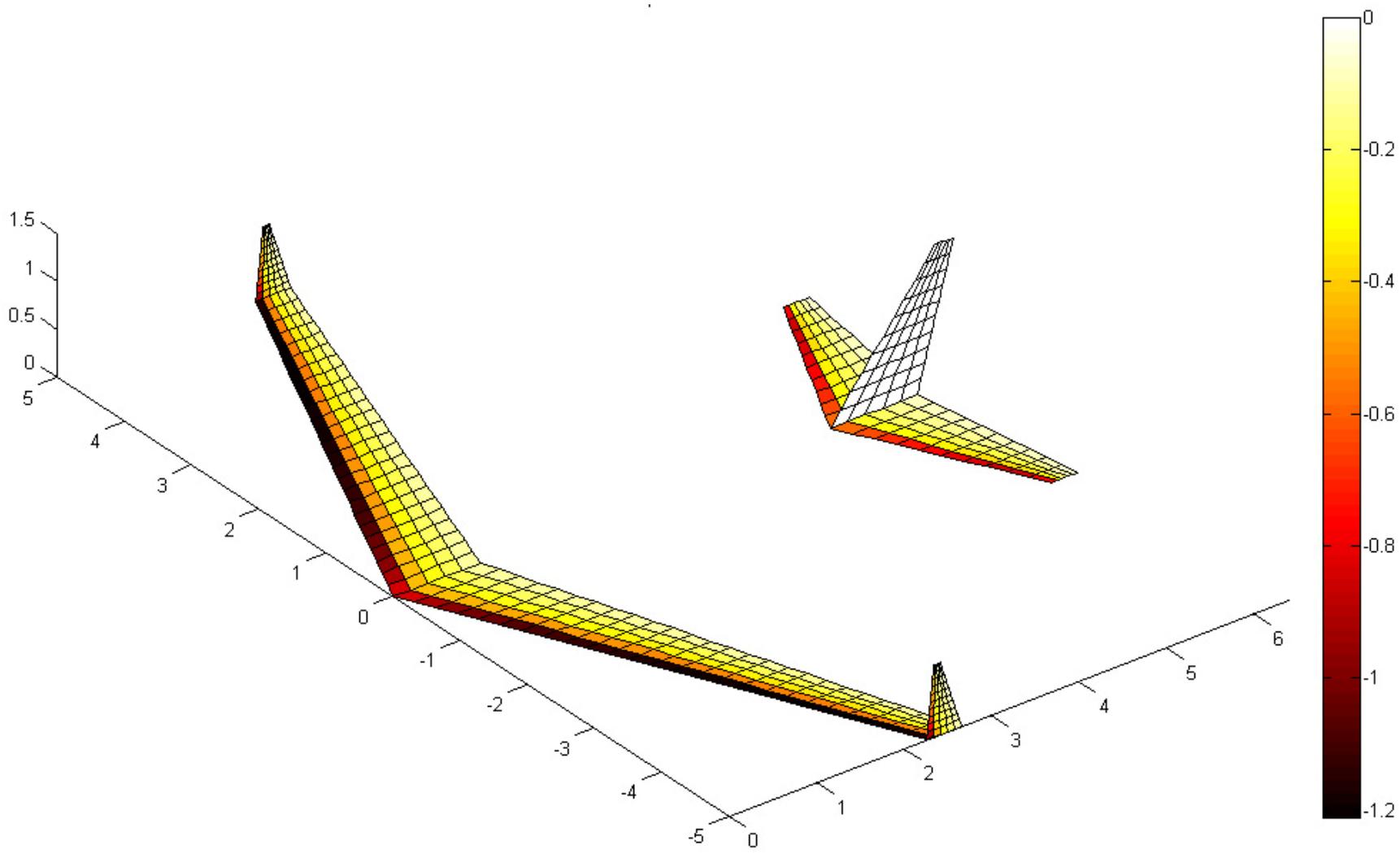
Tanto o Método dos Painéis quanto o Método de Vortex Lattice, são baseados na solução da equação de Laplace através da distribuição de singularidades (escoamentos elementares) ao longo do corpo, atendendo a condição de impermeabilidade (o escoamento não pode atravessar uma superfície sólida não porosa).

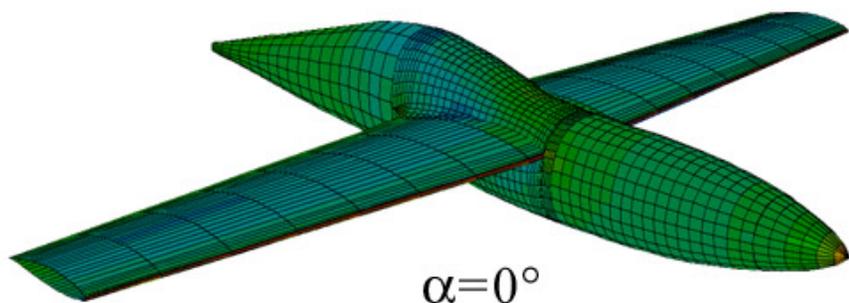
A diferença básica entre ambos os métodos é o tipo de singularidade utilizado em sua formulação.

Devido a sua característica peculiar de resolver o campo de escoamento somente sobre a superfície o corpo (métodos dos elementos de contorno), é um método rápido e com boa robustez, permitindo múltiplas superfícies e calculando a interferência entre elas, permite geometrias bastante complexas, permite velocidades de rolamento, arfagem e guinada, e o escoamento não precisa estar paralelo ao plano de simetria da asa, permitindo o ângulo de incidência (derrapagem).

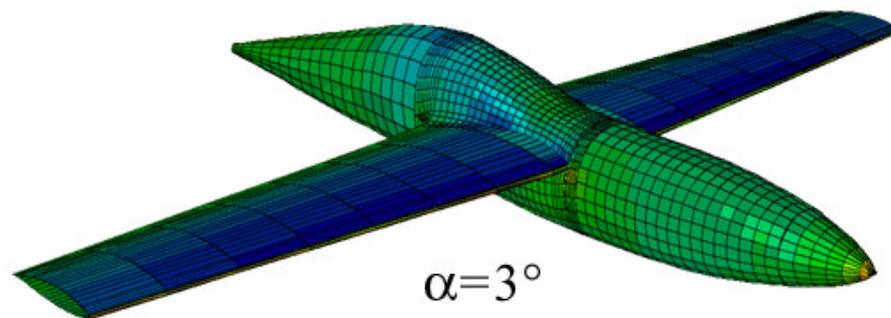
Em suas formulações clássicas podem ainda incluídos diversos modelos adicionais como de camada limite, correções devido à compressibilidade e calculo da esteira.

Tais características fazem com que esses métodos sejam bastante utilizados em aerodinâmica computacional, e será a o método adotado nesta disciplina, para solução do escoamento tridimensional em asas.

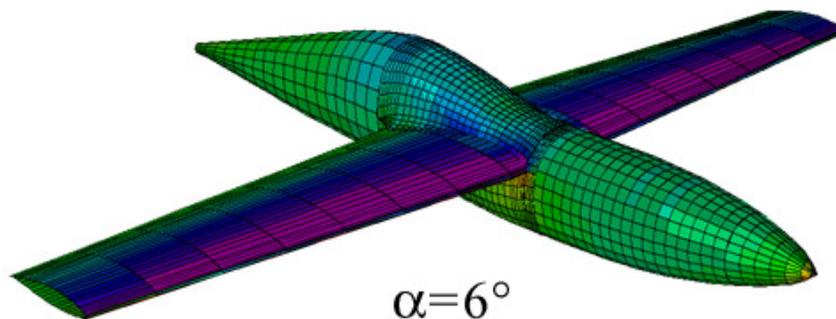




$\alpha=0^\circ$



$\alpha=3^\circ$



$\alpha=6^\circ$



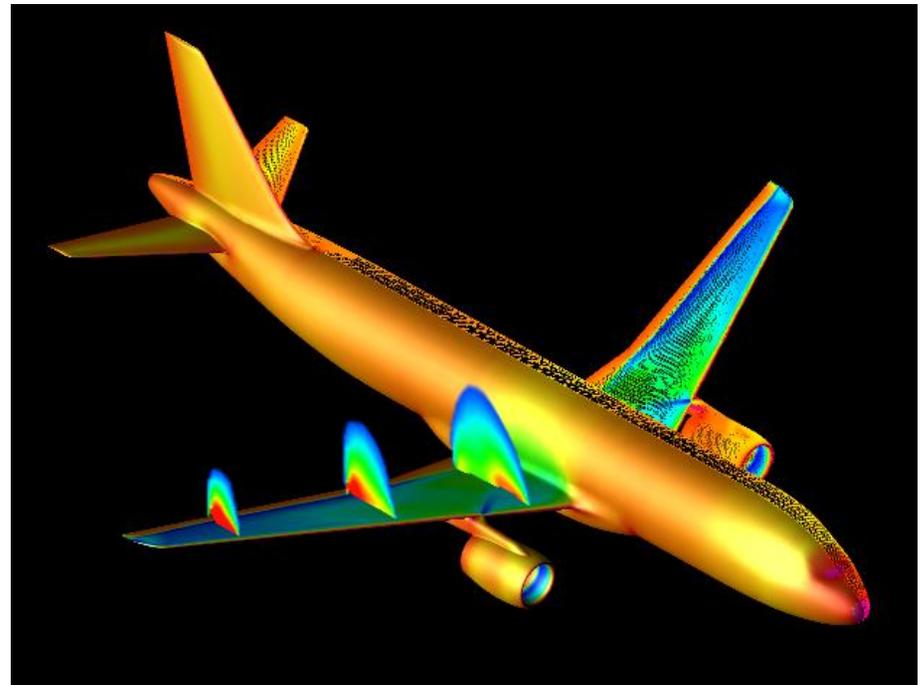
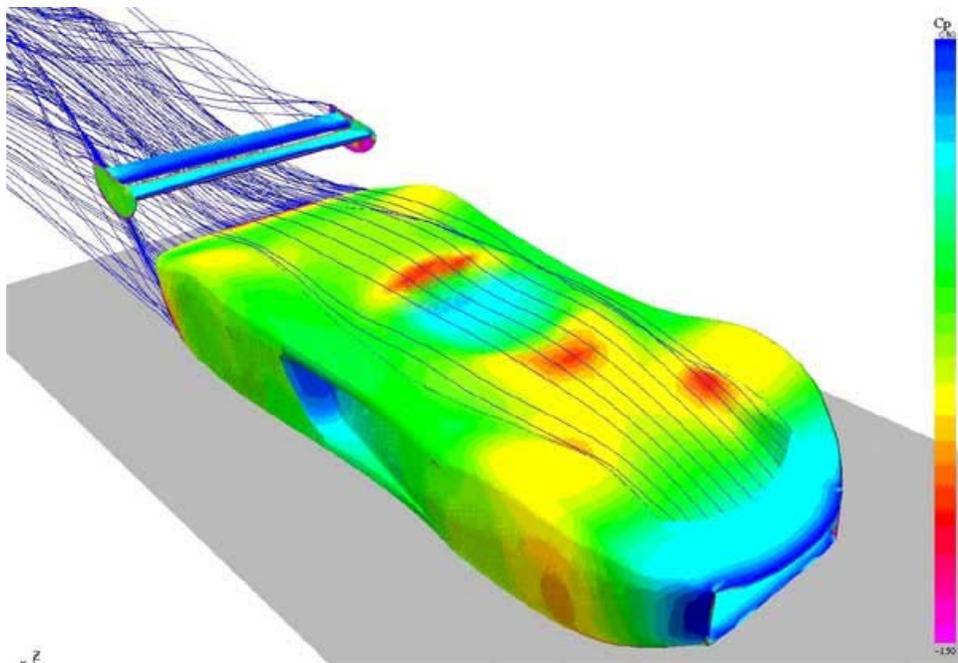
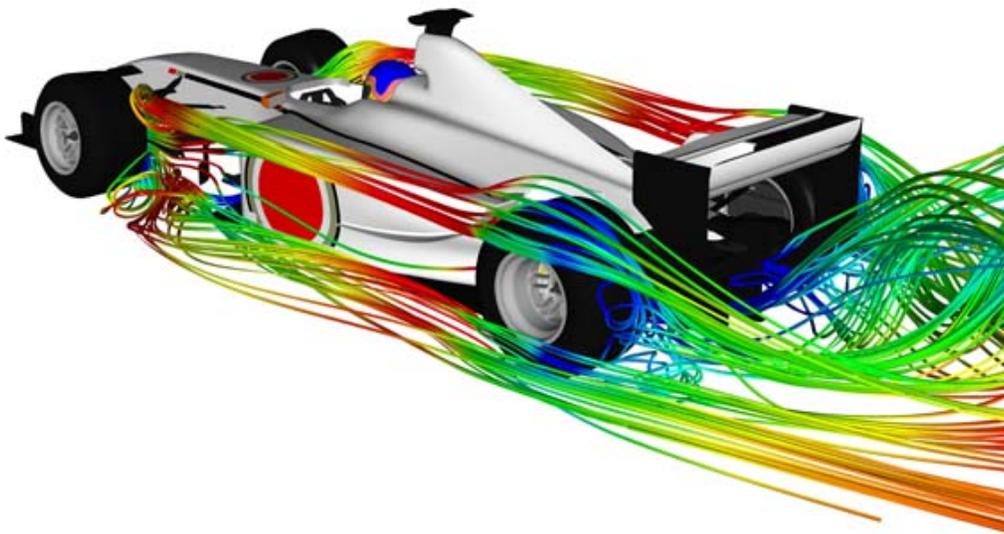
1.00 0.89 0.78 0.68 0.57 0.47 0.36 0.26 0.15 0.05 0 -0.05 -0.15 -0.26 -0.36 -0.47 -0.57 -0.68 -0.78 -1.0

## **Solução das Equações de Navier Stokes**

Existem diversas técnicas que visam a solução direta as equações de Navier-Stokes, discretizando todo o domínio do escoamento com ou sem utilização de modelos de turbulência, com por exemplo volumes finitos, elementos finitos, diferenças finitas, etc.

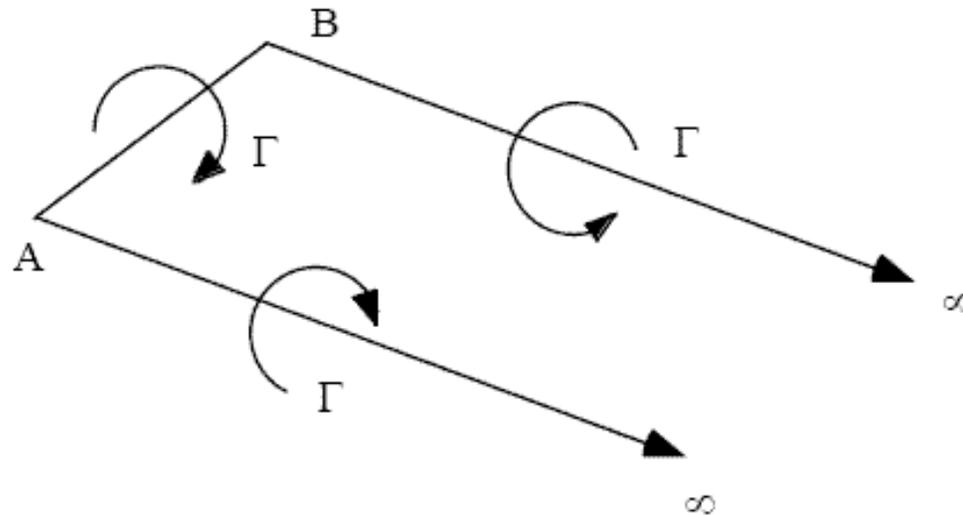
Suas principais vantagens são a robustez e o fornecimento de resultados detalhados de todo o campo do escoamento, sendo possível utilizá-lo em qualquer tipo de escoamento.

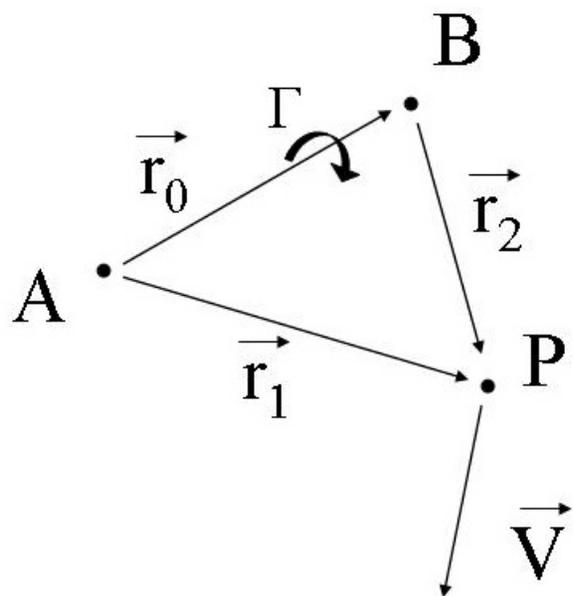
No entanto é um método bastante lento por resolver todo o campo do escoamento dentro do domínio computacional tornando-o inadequado para a realização do objetivo proposto e tornando-o mais indicado em etapas mais avançadas de projeto.



## Método Vortex-Lattice

No método de Vortex-Lattice a singularidade usada é chamada de Vórtice Ferradura, e sua geometria parte do teorema de Helmholtz, que determina que um filamento de vórtice não possa simplesmente terminar no interior de um fluido, mas deve se estender até a fronteira do sistema ou deve se fechar formando um anel. O teorema de Helmholtz diz ainda que a intensidade do vórtice deve ser constante por toda sua extensão.

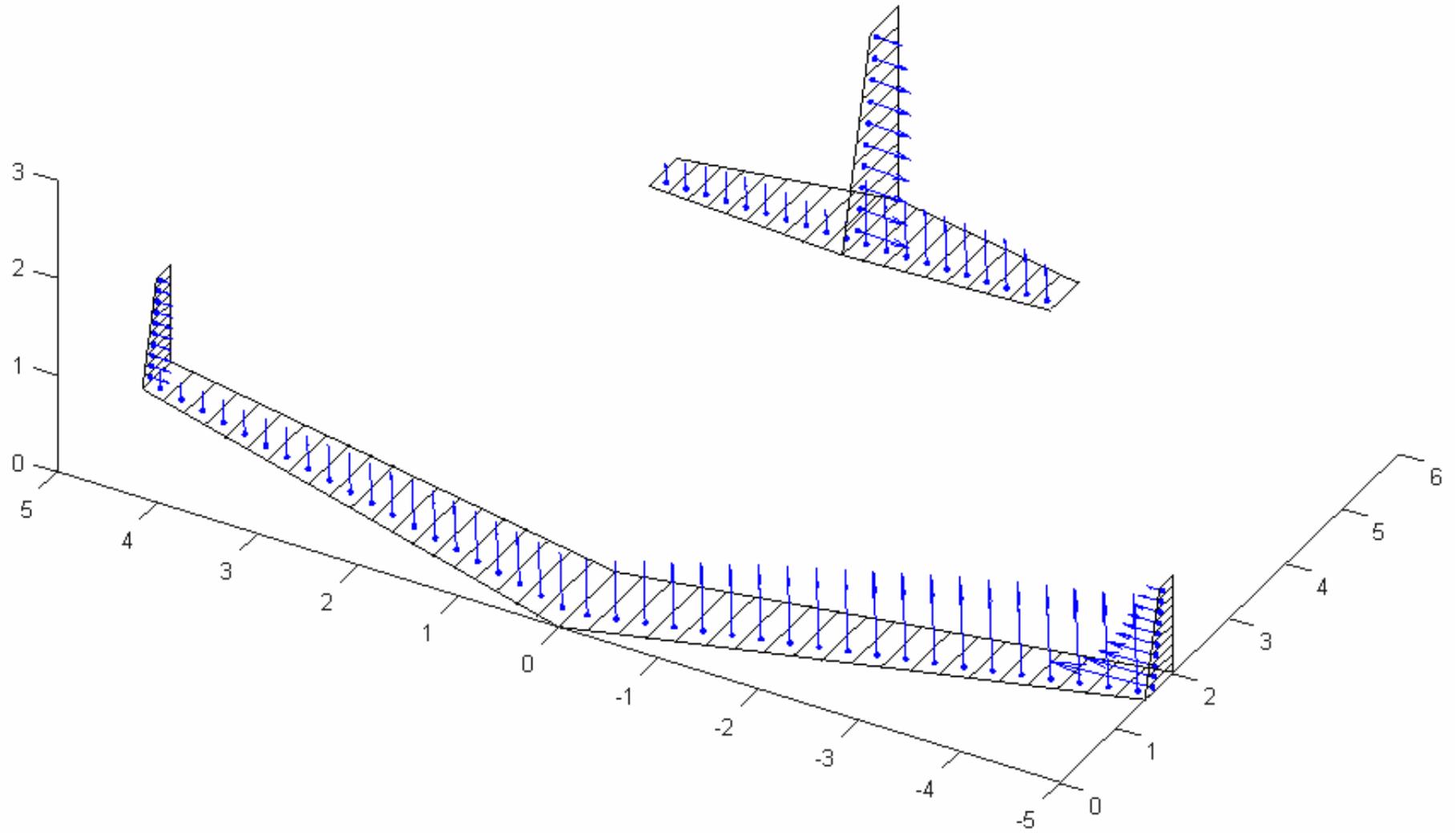


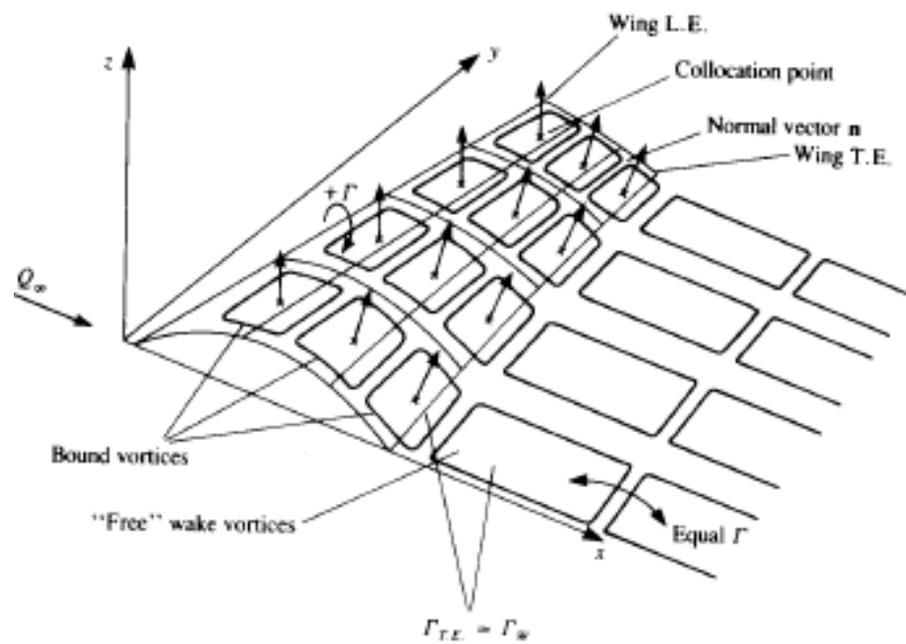
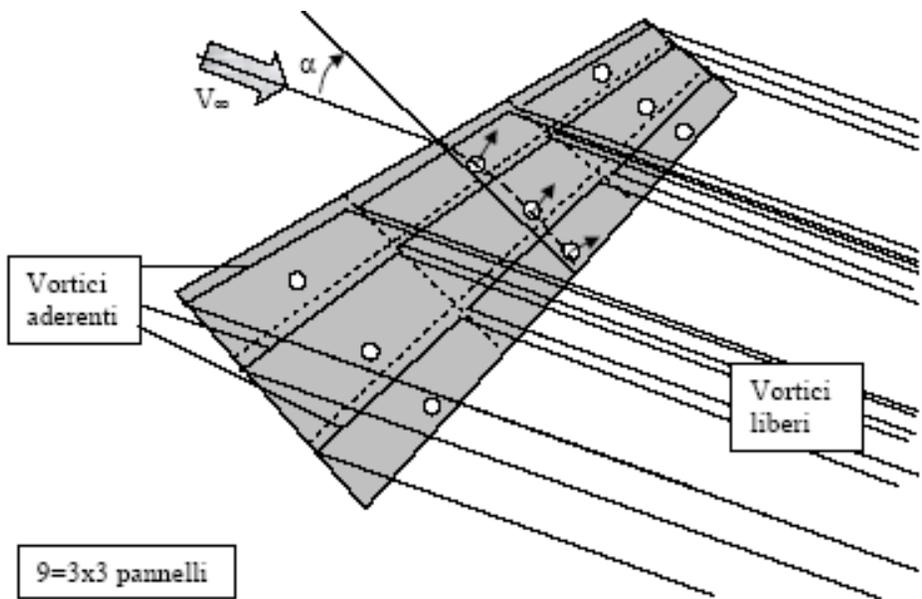
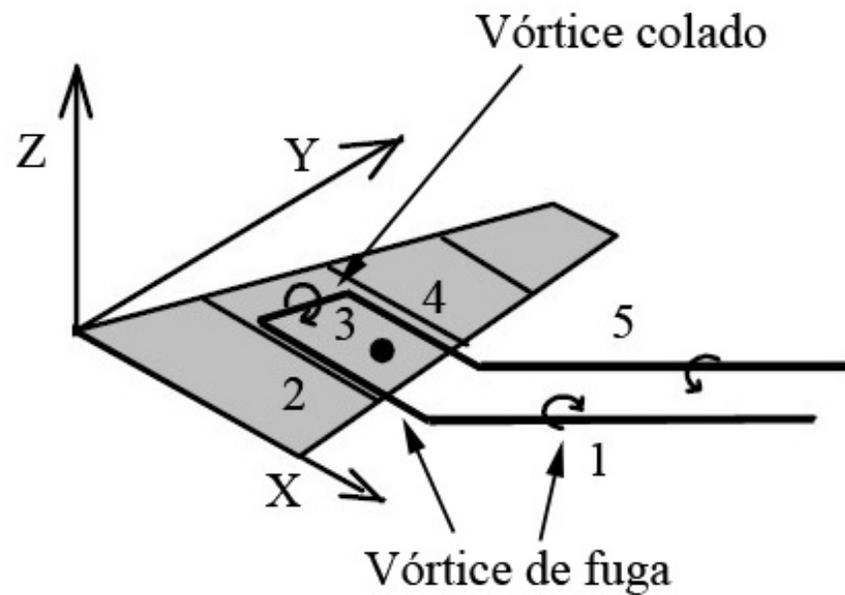
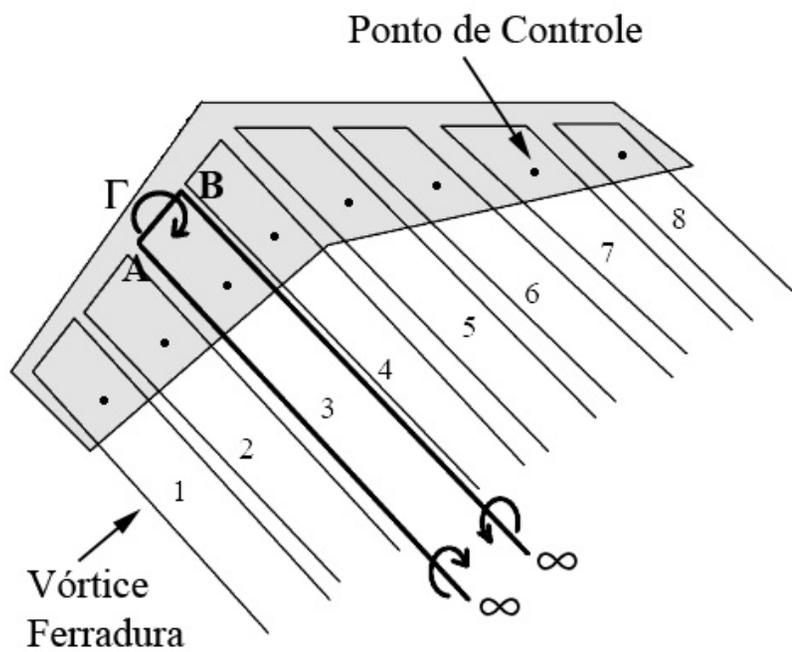


$$\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right)$$

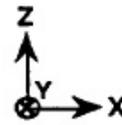
$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{Bmatrix}$$

$$\vec{F} = \rho \vec{V} \times \vec{\Gamma}$$

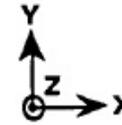




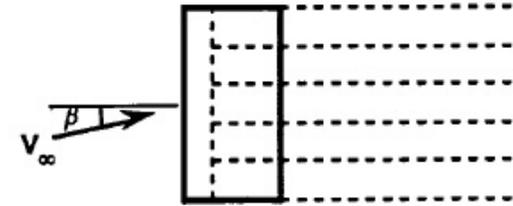
Vista Lateral



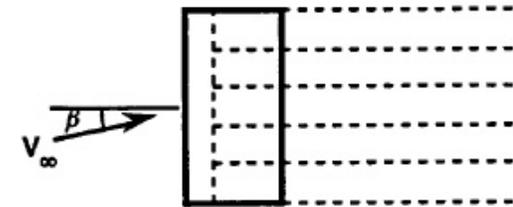
Vista Superior



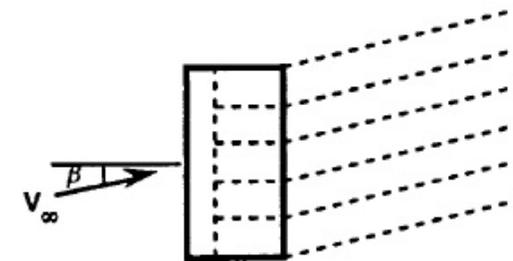
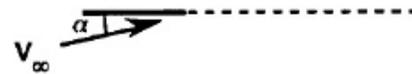
Vórtice não alinhado em  $\alpha$   
Vórtice não alinhado em  $\beta$



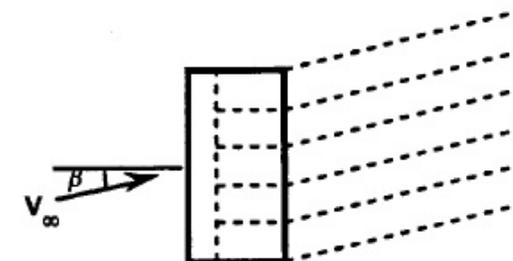
Vórtice alinhado em  $\alpha$   
Vórtice não alinhado em  $\beta$

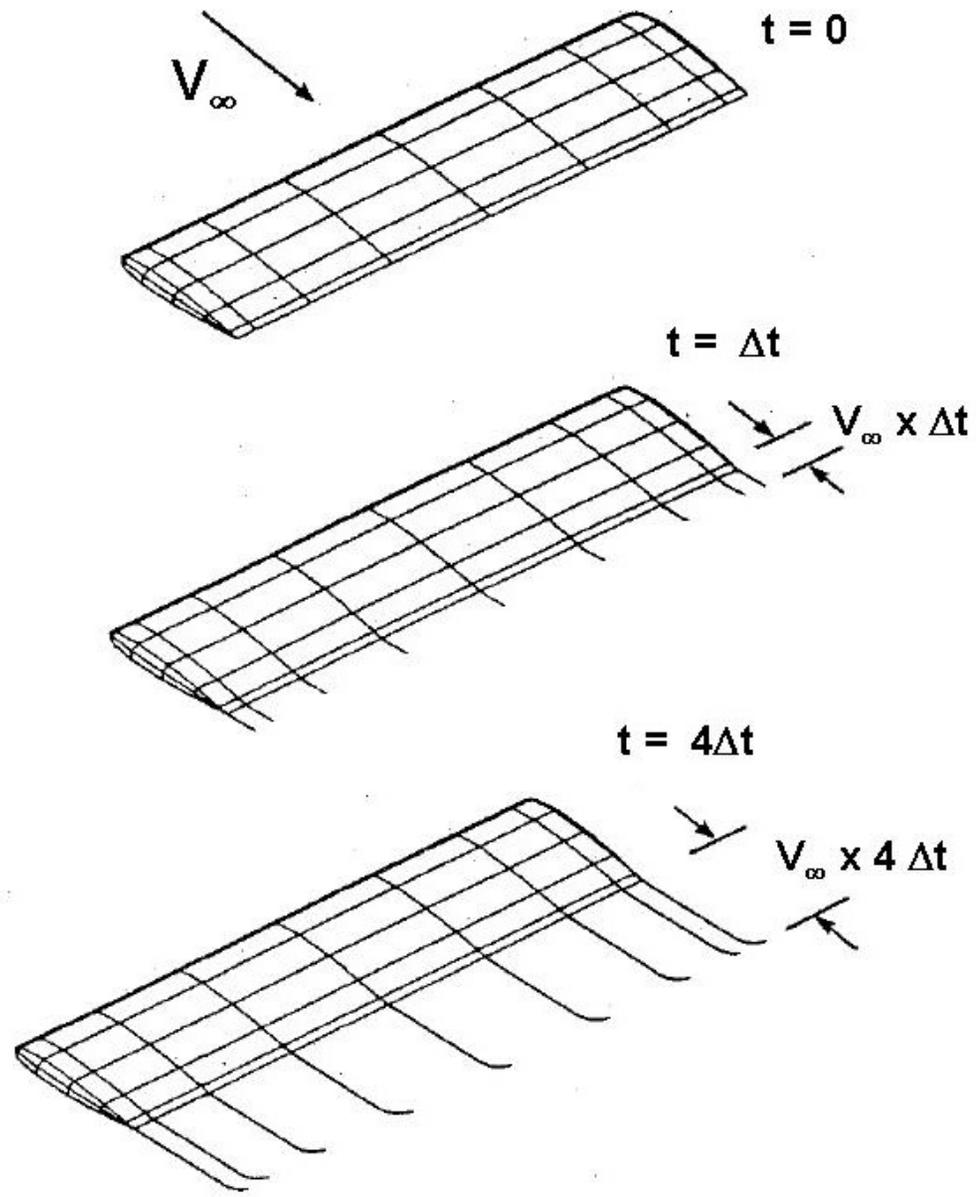


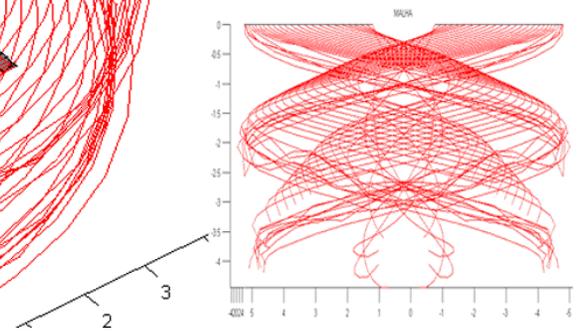
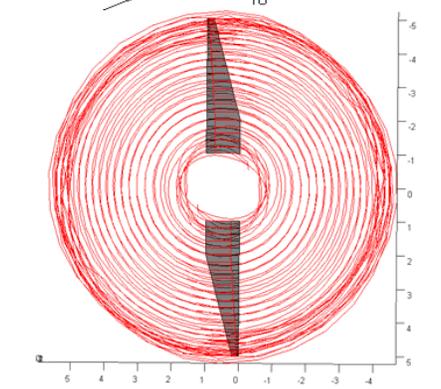
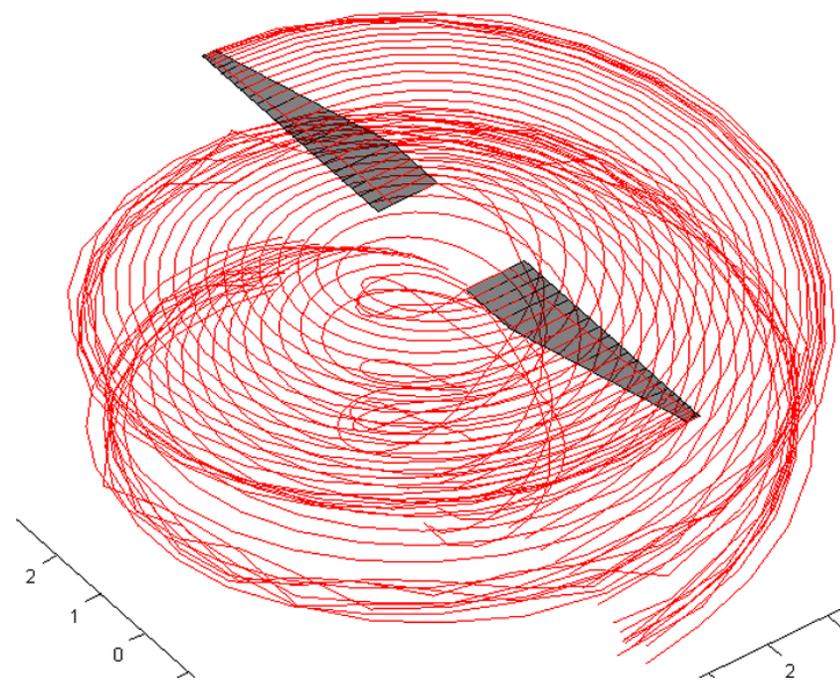
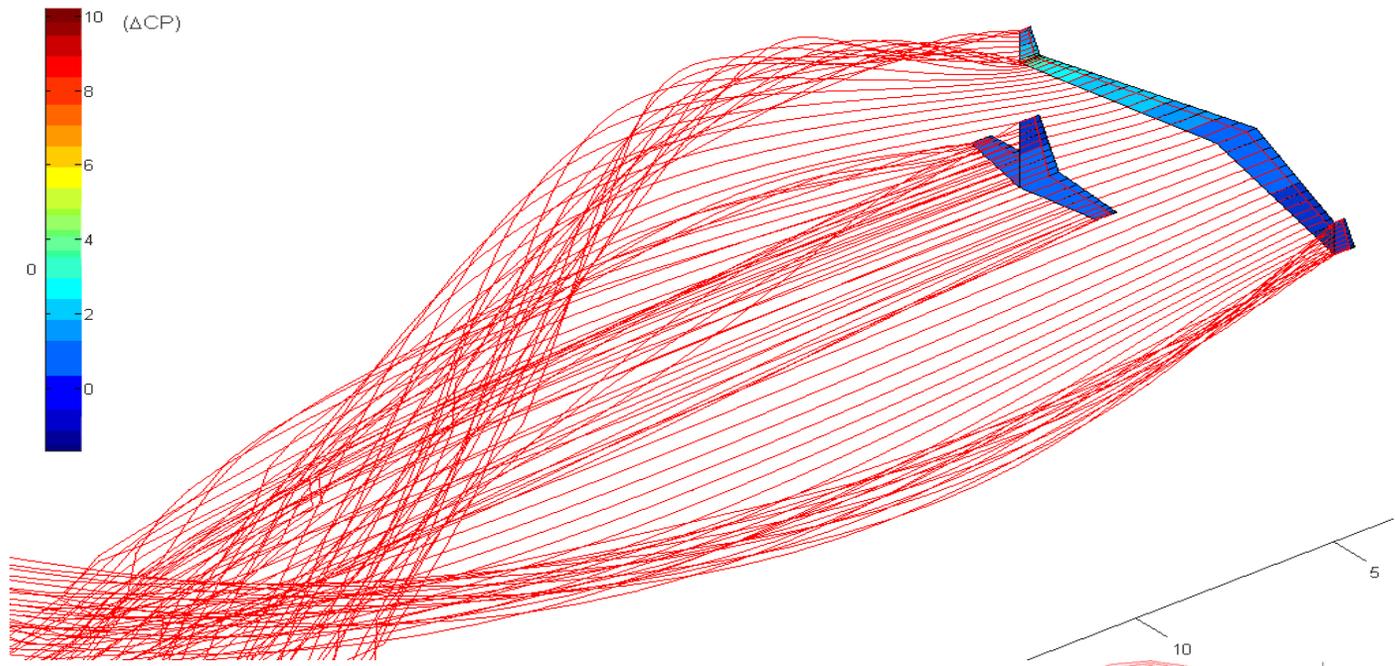
Vórtice não alinhado em  $\alpha$   
Vórtice alinhado em  $\beta$



Vórtice alinhado em  $\alpha$   
Vórtice alinhado em  $\beta$



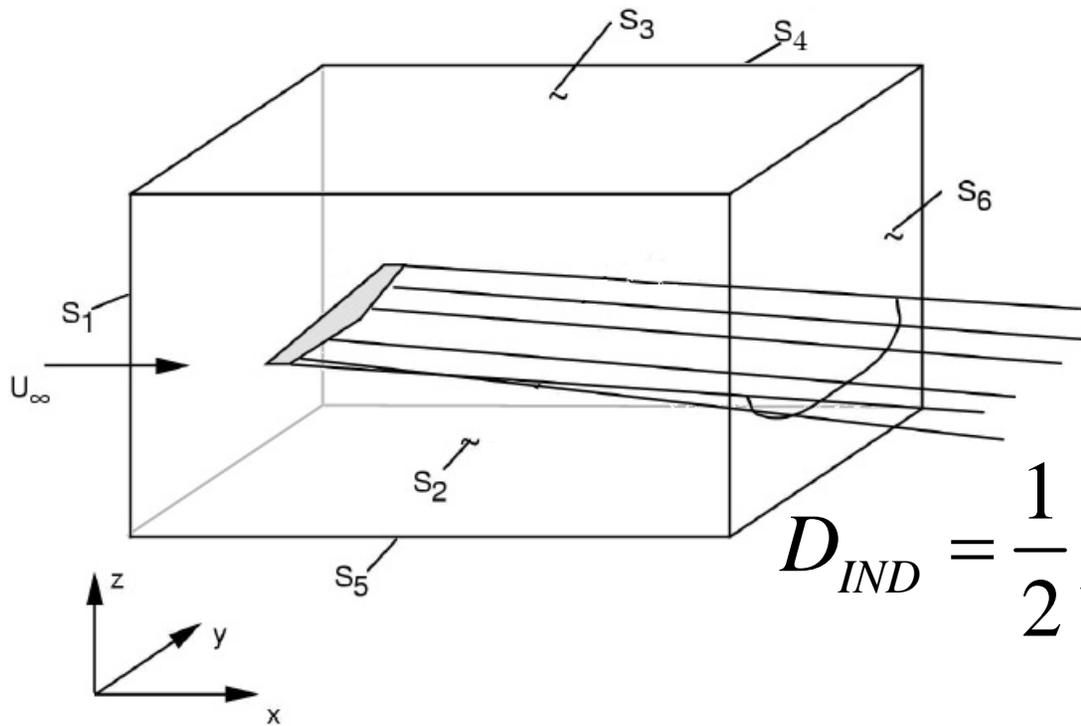




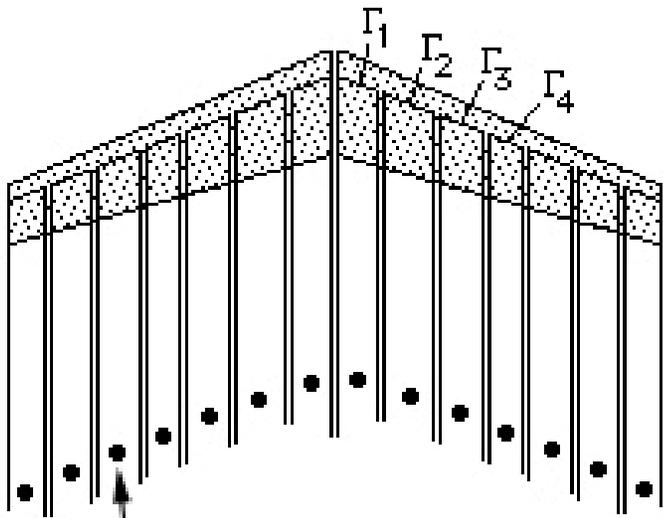
## O Arrasto Induzido

Devido a dificuldade associada com o cálculo do arrasto induzido presente em uma superfície sustentadora, surgiram muitos métodos tentando estimá-lo, como por exemplo o componente da força na direção contrária ao movimento da aeronave obtido com o teorema de Kutta-Joukowski, uma modificação do método da Linha Sustentadora proposta por Eppler que calcula o downwash no bordo de fuga, e a integração da pressão sobre o corpo .

Uma maneira bastante eficiente de se estimar o arrasto induzido é pela medição da energia cinética (*Momentum*) em um plano atrás da aeronave sendo esse princípio válido para qualquer tipo de geometria de asa com múltiplas superfícies sustentadoras e mesmo para uma aeronaves completa incluindo sua fuselagem.



$$D_{IND} = \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (v^2 + w^2) dy dz$$



Pontos de Calculo no Trefftz Plane

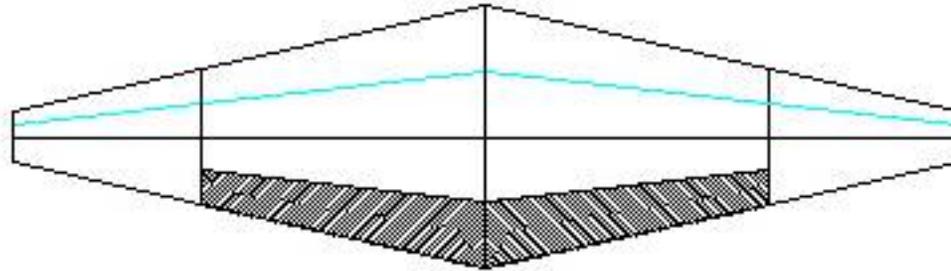
$$D_{IND} = \frac{1}{2} \rho \sum_{i=1}^n \Gamma_i W_{tpi} S_i$$

<b>Característica</b>	<b>AVL</b>	<b>Tornado</b>	<b>CEA-VLM</b>
Múltiplas Superfícies sustentadoras espaciais	sim	sim	sim
Distribuição de vortices ao longo da corda	sim	sim	não
Ângulo de Derrapagem	sim	sim	sim
Velocidades de rolamento, arfagem e guinada	sim	sim	sim
Tipos de malha disponíveis	4	1	4
Numero sistemas de coordenadas	3	3	3
Utilização de polares bidimensionais	não	não	sim
Tipo de esteira disponível	plana desalinhada	plana alinhada	plana desalinhada, plana alinhada, esteira livre
Forma de caulo do arrasto induzido	Vortice Colado, Trefftz-Plane	Vortice Colado	Vortice Colado, Trefftz-Plane

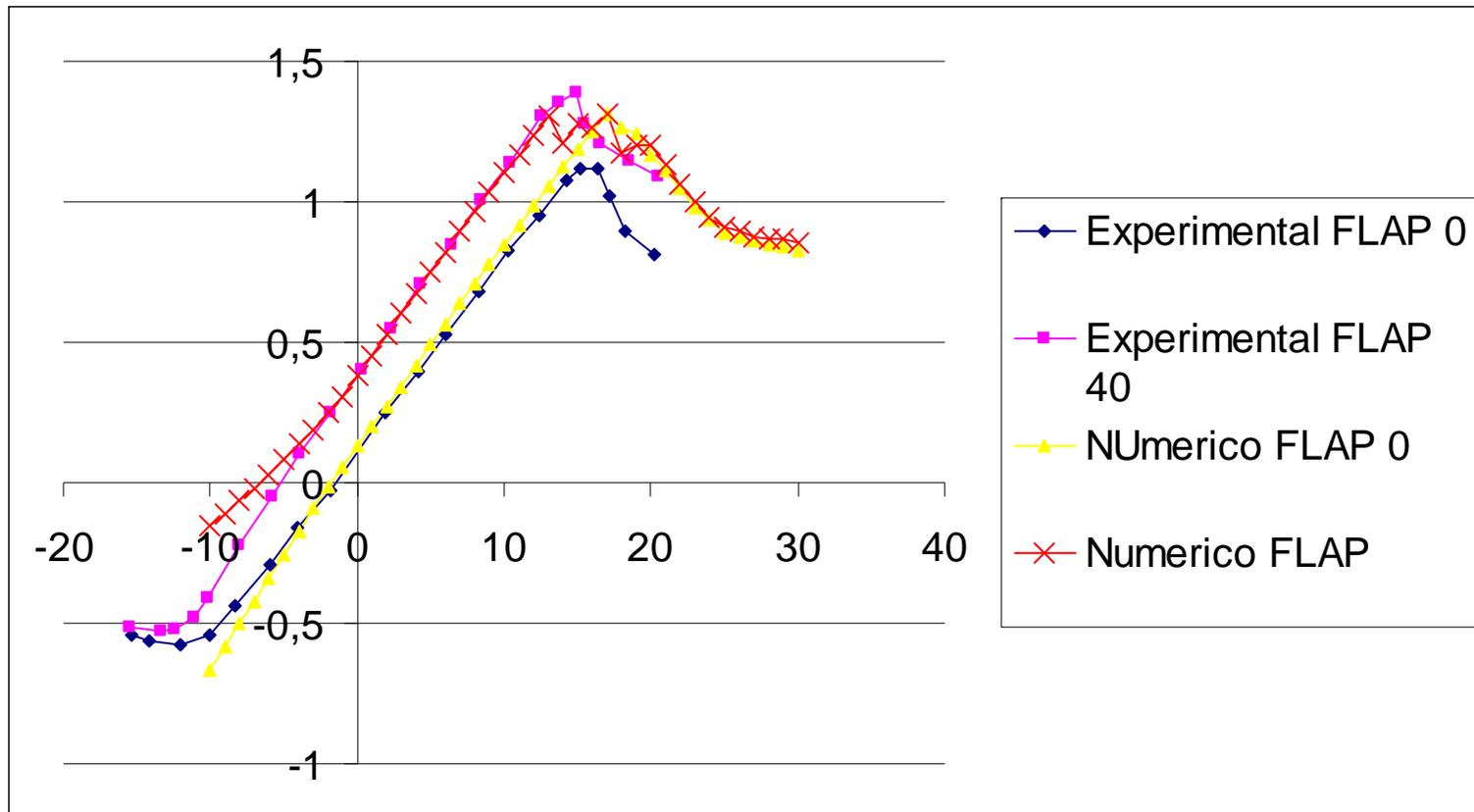
**CEA-VLM :O único não linear capaz de calcular a região de estol.**

**Tornado: Só aceita perfil NACA 4 Dígitos e possui um BUG no cálculo do arrasto, podendo inclusive fornecer resultados negativos.**

**Avl:O único capaz de calcular aeroelasticidade**



40 % da envergadura com Flap perfil NACA 23012



# 60 % da envergadura com Flap perfil NACA 23012

