

---

# INTRODUÇÃO ÀS CARGAS NAS AERONAVES

Paulo Henriques Iscold Andrade de Oliveira

---

---

Este material foi desenvolvido no Centro de Estudos Aeronáuticos da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Não é permitida a reprodução total ou parcial deste documento sem autorização escrita do autor. Contatos: [www.demec.ufmg.br/cea](http://www.demec.ufmg.br/cea) - [piscold@dedalus.lcc.ufmg.br](mailto:piscold@dedalus.lcc.ufmg.br)

---



---

# INTRODUÇÃO ÀS CARGAS NAS AERONAVES

Paulo Henriques Iscold Andrade de Oliveira

---

## SUMÁRIO

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| <b>0</b>  | <b>Introdução</b>                                  | i   |
| <b>1</b>  | <b>Noções Básicas</b>                              | 1   |
| <b>2</b>  | <b>Passeio do Centro de Gravidade</b>              | 9   |
| <b>3</b>  | <b>Diagrama V-n</b>                                | 20  |
| <b>4</b>  | <b>Manobras</b>                                    | 45  |
| <b>5</b>  | <b>Rajadas</b>                                     | 75  |
| <b>6</b>  | <b>Cargas na Empenagem Horizontal</b>              | 96  |
| <b>7</b>  | <b>Cargas na Empenagem Vertical</b>                | 112 |
| <b>8</b>  | <b>Distribuição de Sustentação em Asas Finitas</b> | 121 |
| <b>9</b>  | <b>Cargas nas Asas</b>                             | 128 |
| <b>10</b> | <b>Cargas no solo</b>                              | 138 |
| <b>11</b> | <b>Cargas na fuselagem</b>                         | 174 |

---

# INTRODUÇÃO

## APRESENTAÇÃO INICIAL

Esta apostila, elaborada para atender o curso de Introdução às Cargas nas Aeronaves do Programa de Especialização em Engenharia da Empresa Brasileira de Aeronáutica – EMBRAER – tem como objetivo apresentar ao aluno de engenharia mecânica / aeronáutica os conceitos básicos acerca da determinação das cargas atuantes sobre aeronaves durante sua operação. Sua concepção é bastante sistemática, não se compondo como um livro texto, mas sim como um roteiro de estudos e uma coleção de informações úteis para a capacitação do engenheiro de cargas. Por se tratar de uma ferramenta para formação e estudo, seu conteúdo sofre mudanças e adições constantes. Novas informações são acrescentadas à medida que novas dúvidas são apresentadas pelos estudantes que o utilizam. Pode-se observar que nesta edição constam ainda alguns trechos manuscritos, frutos de apresentações recentes que ainda não sofreram o processo de editoração.

Como este material foi desenvolvido especialmente para uma empresa que produz aeronaves de transporte comercial, procura-se apresentar os conceitos modernos definidos de acordo com as normas FAR/JAR Part 25. Entretanto, visando melhorar a didática, todas as explicações abordam, muitas vezes em primeiro plano, os conceitos definidos de acordo com as normas FAR/JAR Part 23 e JAR-VLA, as quais são mais simples e de fácil compreensão. Deve-se salientar que as normas Part 23 e VLA são, na maior parte das vezes, casos particulares das normas Part-25 e, em geral, apresentam formas simplificadas para o cálculo de cargas, permitindo ao estudante efetuar, sozinho, cálculos simplificados com boa precisão, mesmo quando aplicados a aeronaves de grande porte.

Como já se pode observar, o ensino do cálculo de cargas em aeronaves está intimamente ligado aos instrumentos normativos que regem a produção aeronáutica mundial. Assim, assume-se que o conhecimento e a habilidade em consultar e compreender estas normas deve ser pré-requisito para o leitor deste material. Recomenda-se o endereço de Internet [www.risingup.com](http://www.risingup.com) para consulta às normas FAR.

Especificamente para o curso ministrado ao PEE-EMBRAER, pode-se apresentar o seguinte cronograma básico.

|                       |              |                     |               |
|-----------------------|--------------|---------------------|---------------|
| Peso e centragem      | 3 horas-aula | Cargas na asa       | 6 horas-aula  |
| Diagrama V-n          | 3 horas-aula | Cargas no solo      | 4 horas-aula  |
| Manobras              | 4 horas-aula | Cargas na fuselagem | 1 hora-aula   |
| Rajadas               | 4 horas-aula | Exercícios          | 7 horas-aula  |
| Cargas nas empenagens | 8 horas-aula | <b>Total</b>        | 40 horas-aula |

Aconselha-se ao leitor independente deste material que seja seguindo um cronograma de estudo proporcional ao apresentado acima.

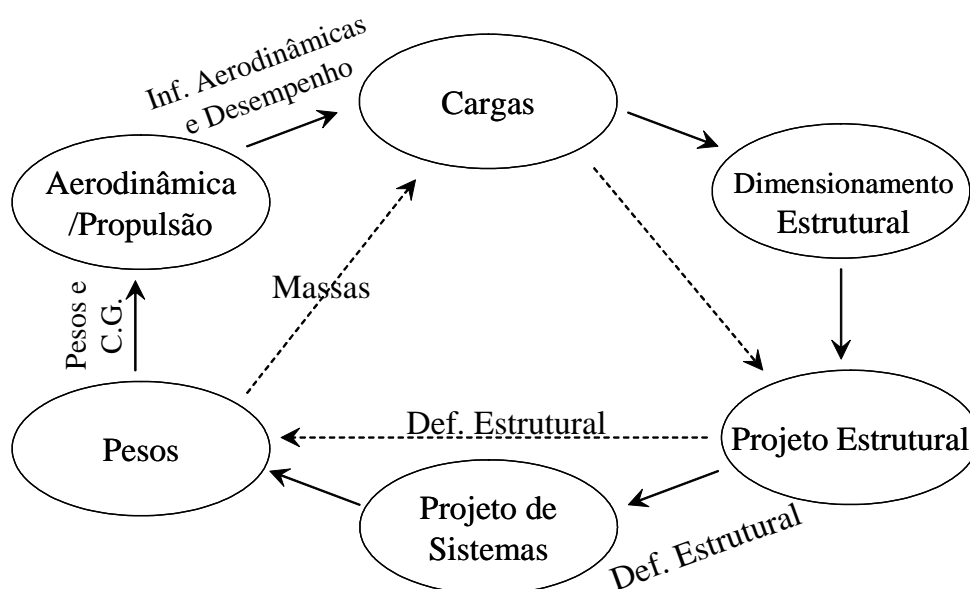
Como todo ensino de atividade tecnológica, a prática é parte fundamental para o sucesso do aprendizado. Sendo assim, durante o texto são sugeridos uma série de exercícios que devem ser solucionados para uma perfeita compreensão e fixação dos conceitos apresentados. Propositalmente, para a solução destes exercícios podem ser necessárias informações que não constam explicitamente no enunciado do mesmo. Assim, deve fazer parte das atividades para a resolução destes exercícios a estimativa de parâmetros e a pesquisa de informações em outras fontes. Para informações sobre as aeronave CEA-308, CEA-309 e CB-10 Triathlon (todas desenvolvidas pelo Centro de Estudos Aeronáuticos da UFMG) pode-se utilizar o endereço de Internet: [www.demec.ufmg.br/cea](http://www.demec.ufmg.br/cea).

## **A ENGENHARIA DE CARGAS EM AERONAVES**

A função de um engenheiro de cargas dentro de uma empresa de desenvolvimento aeronáutico é ampla e multidisciplinar. Talvez seja o setor de engenharia que mais tenha interfaces para a execução do desenvolvimento do produto. As informações necessárias para a determinação das cargas atuantes em uma aeronave são provenientes de diversas partes da empresa, desde setores comerciais até setores técnicos como aerodinâmica, desempenho, e estruturas. Por outro lado, as informações provenientes do setor de cargas irão alimentar também vários setores da empresa. As atividades do setor de cargas se iniciam já na fase da formulação conceitual do projeto, onde análises estatísticas e consultas ao conhecimento da

empresa definem as diretrizes iniciais de um projeto, e se estendem até a fase de projeto detalhado onde todos os setores da empresa trocam informações iterativamente até que se tenha um conjunto de informações suficientes em quantidade e precisão para efetuar a homologação da aeronave. Em todas estas etapas a multidisciplinaridade do setor de cargas se destaca em relação às outras áreas.

A Figura 1 apresenta de forma simplificada a relação entre diversos setores de engenharia de uma empresa aeronáutica durante a fase de projeto de uma aeronave. Nesta pode-se observar o setor de cargas recebendo informações sobre aerodinâmica, estabilidade, desempenho e massa, ao mesmo tempo em que fornece informações para o dimensionamento e o projeto estrutural.



**Figura 1 – Relação entre setores de uma empresa aeronáutica durante a etapa de projeto**

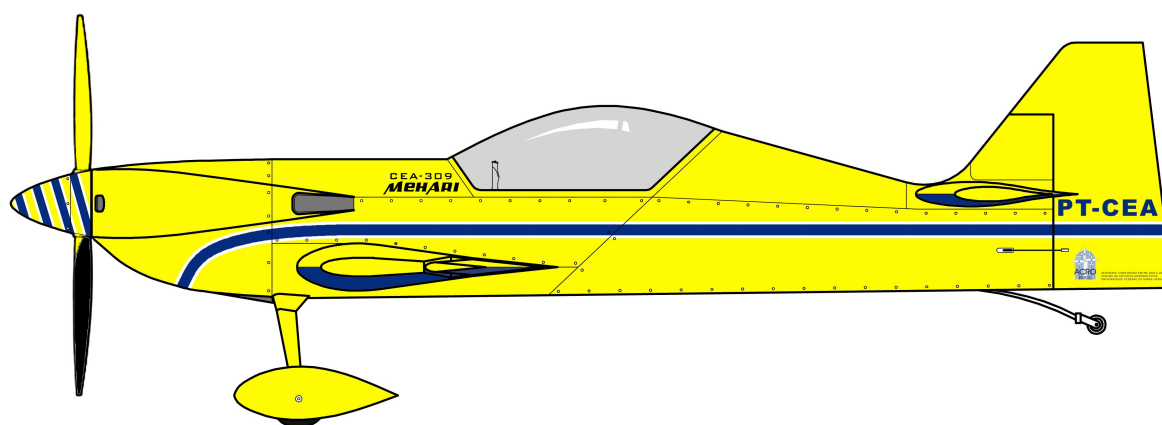
Apesar da importância dentro do processo de desenvolvimento aeronáutico a ciência da engenharia de cargas nunca foi alvo de estudos conceituais e, salvo algumas iniciativas modestas, nunca foi detalhadamente apresentada na literatura mundial. Particularmente, no Brasil, não se tem notícia de trabalhos que abrangem esta ciência de forma global. Esta lacuna se deve em parte à multidisciplinaridade deste setor, o que o torna extenso quando estudado minuciosamente.

## O AUTOR

O engenheiro aeronáutico Paulo Henriques Iscold Andrade de Oliveira se graduou na Universidade Federal de Minas Gerais em 1999, onde também obteve seu título de Mestre em Engenharia Mecânica em 2001 e atualmente está em fase de conclusão de sua Tese de Doutorado. Ainda como aluno do curso de graduação, participou intensamente das atividades do Centro de Estudos Aeronáuticos (CEA-UFMG) desta universidade. Nestas oportunidades participou do projeto e cálculos do planador bi-plaça de instrução CB-12, auxiliou o Prof. Dr. Cláudio Pinto de Barros em seu trabalho de doutoramento, a saber, o projeto da aeronave leve CB-10 Triathlon e, como seu trabalho de fim de curso, projetou e calculou a aeronave de velocidade CEA-308. Durante os anos de 2000 e 2001, coordenou a construção do protótipo da aeronave CEA-308 a qual entrou em operação no início de 2002. Entre 2001 e 2002 desenvolveu o projeto da aeronave de acrobacia ilimitada CEA-309 e atualmente coordena os trabalhos de construção de dois protótipos em execução no CEA-UFMG.



**Figura 2 – Aeronave CEA-308** [www.demec.ufmg.br/cea/cea308](http://www.demec.ufmg.br/cea/cea308)



**Figura 3 – Aeronave CEA-309** [www.demec.ufmg.br/cea/cea309](http://www.demec.ufmg.br/cea/cea309)

# 1 NOÇÕES BÁSICAS

Devem ser compreendidos pelo aluno de introdução às cargas nas aeronaves os seguintes conceitos:

- Tipos de análises de cargas;
- Sistemas de referência;
- Nomenclatura de pesos;
- Nomenclatura de velocidades;
- Fatores de segurança e de qualidade;
- Regulamentos

## 1.1 TIPOS DE ANÁLISES DE CARGAS

### 1.1.1 ANÁLISE ESTÁTICA

Trata-se da análise das cargas atuantes em uma aeronave considerando que ocorre equilíbrio estático entre as forças externas aplicadas na aeronave. Deve-se salientar que não necessariamente a aeronave deverá estar efetuando vôo reto nivelado para que a análise estática de cargas ofereça resultados coerentes. Pode-se ter uma aeronave em manobra com equilíbrio estático de carregamentos. Na realidade, a restrição para que ocorra equilíbrio estático de cargas em uma aeronave é que a mesma se encontre em movimento equilibrado.

### 1.1.2 ANÁLISE DINÂMICA

A análise dinâmica de cargas em uma aeronave trata o problema da variação das cargas ao longo do tempo.

## 1.2 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

O sistema de referência usual para análise de cargas em uma aeronave é um sistema cartesiano fixo no centro de gravidade da aeronave, com o eixo  $x$  paralelo ao eixo longitudinal (comprimento) da aeronave, o eixo  $y$  paralelo ao eixo transversal (envergadura) e o eixo  $z$  paralelo à vertical da aeronave.

## 1.3 NOMENCLATURA DE PESOS

A indústria aeronáutica possui uma forma especial de tratar os diversos valores de peso de uma aeronave em suas diferentes configurações. Algumas das nomenclaturas mais importantes são:

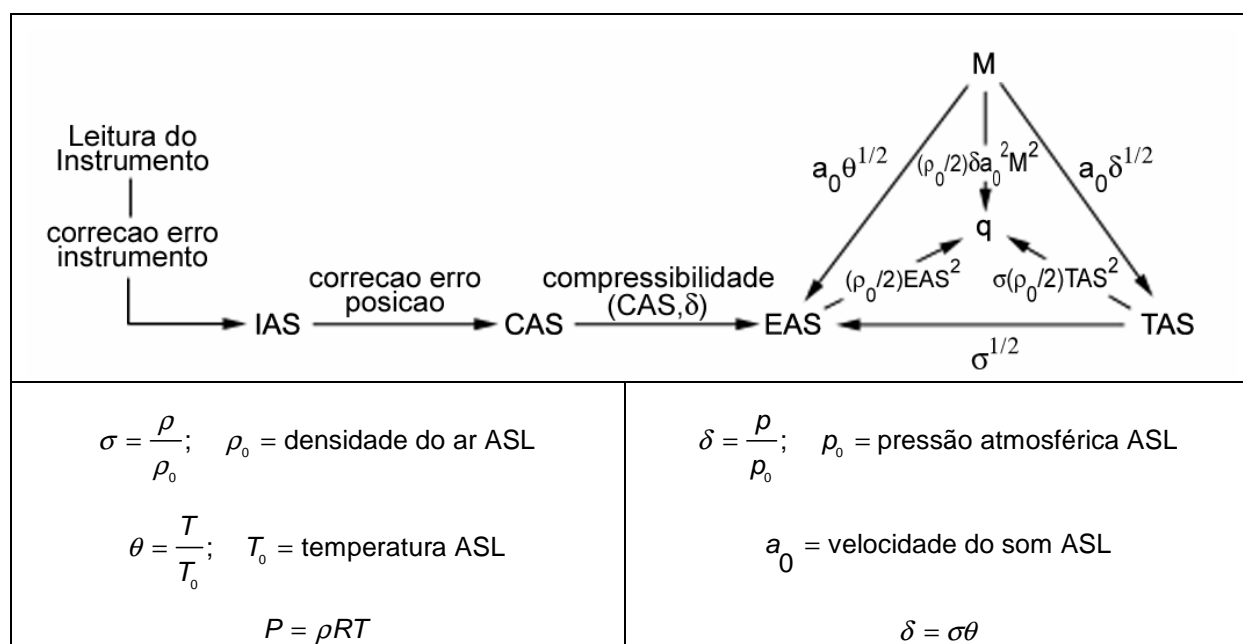
- *MTW – Maximum Taxi Gross Weight*: peso máximo que a aeronave pode ser carregada no solo.
- *MTOW - Maximum Takeoff Gross Weight*: peso máximo no início da corrida de decolagem.
- *MLW – Maximum Landing Weight*: peso máximo de pouso.
- *MZFW – Maximum Zero Fuel Weight*: peso máximo que a aeronave pode ser carregada no solo sem combustível utilizável.
- *OEW – Operating Empty Weight*: peso da aeronave sem carga e combustível utilizável.
- *OEW<sub>min</sub> – Minimum Operating Empty Weight*: peso da aeronave sem carga e combustível utilizável mas com o mínimo de equipamento e tripulação para vôo a bordo.

## 1.4 NOMENCLATURA DE VELOCIDADES

Como as velocidades de uma aeronave são medidas em relação ao ar, pode-se ter algumas variações, as quais definem as seguintes velocidades:



- *Indicated Airspeed*: é a velocidade lida pelo piloto no instrumento que mede a velocidade da aeronave.
- *Calibrated Airspeed*: é a velocidade que o instrumento de medição da velocidade deveria realmente indicar, sem os erros de leitura e de indicação do próprio instrumento.
- *Equivalent Airspeed*: é a velocidade calibrada sem os efeitos de compressibilidade (que variam com a altitude). É, na essência, uma velocidade ao nível do mar que provoca a mesma pressão dinâmica que ocorre na aeronave em suas condições de operação.
- *True Airspeed*: é a velocidade equivalente sem os efeitos de altitude (densidade do ar).



**Figura 1 – Conversão entre as diferentes definições de velocidades**

**Questão 1**

Dado um valor de *True Airspeed*, calcular a *Equivalent Airspeed*, em função da altitude de vôo.

### **Questão 2**

Pensando em termos subsônicos e com instrumento perfeitos, porque é vantajoso informar a velocidade equivalente (*Equivalent Airspeed*) ao piloto ao invés de informar a velocidade real (*True Airspeed*)?

#### **1.4.1 NÚMERO DE MACH**

A definição clássica de *Número de Mach* é a relação entre a velocidade do ar e a velocidade do som.

### **Questão 3**

Tendo em vista as diferentes formas de medir a velocidade do ar, como deve ser feito o cálculo de *Número de Mach* de uma aeronave?

#### **1.5 FATORES DE SEGURANÇA E DE QUALIDADE**

Tanto os requisitos internacionais que regem o desenvolvimento de aeronaves quanto as regras internas de uma empresa podem definir fatores de segurança e/ou de qualidade a serem introduzidos nas cargas calculadas para efeito de dimensionamento estrutural. Sabendo da possibilidade de existência destes fatores surgem os seguintes conceitos:

- *Carga limite (Limit Load)*: é a carga máxima prevista sob condições normais de operação do componente.
- *Carga final (Ultimate Load)*: é a previsão de carga mínima necessária para o início de ocorrência de falhas estruturais no componente que comprometam a sua função. É o produto da *carga limite* pelos fatores de segurança e de qualidade.

É requerido à estrutura suportar (por normatização):

- *Carga de teste* (produto da *carga limite* por fatores de segurança mais brandos, ou somente fatores de segurança, sem fatores de qualidade) sem apresentar deformações plásticas permanentes, permanecendo no regime elástico; e

- *Carga final* sem apresentar falha estrutural, ou seja, deformações plásticas são admitidas desde que não comprometam a aeronavegabilidade da aeronave.

## 1.6 REGULAMENTOS

Toda atividade de desenvolvimento de aeronave é regida por regulamentos nacionais e/ou internacionais. No Brasil temos os *RBHA – Requisitos Brasileiros de Homologação Aeronáutica* que em sua maioria remetem a requisitos internacionais como o *FAR – Federal Airworthiness Requirements* e o *JAR – Joint Airworthiness Requirements*. O conhecimento destes regulamentos por um engenheiro de cargas não é aconselhável, é essencial!

Aprenda a ler os regulamentos! Observe a correlação entre os regulamentos e a crescente complexidade entre as categorias.

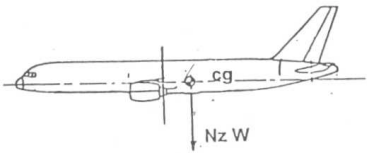
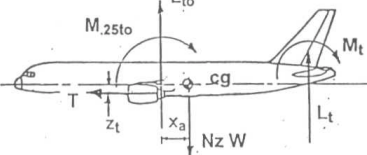
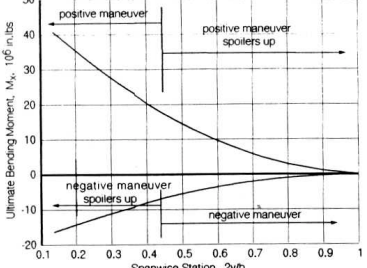
## 1.7 ETAPAS DO CÁLCULO DE CARGAS

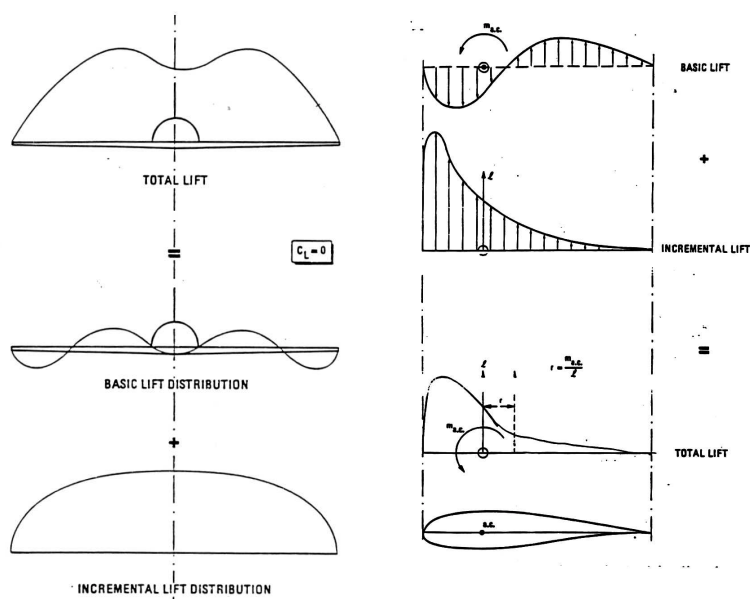
A seqüência de cálculo de cargas sobre uma aeronave pode ser resumidamente esquematizada conforme apresentado na Tabela 1.

A partir das determinações dos regulamentos a respeito das condições de velocidade, acelerações e configurações de vôo, os cálculos de cargas devem definir as cargas totais atuantes na aeronave, as quais poderão ser decompostas nas diversas parcelas que atuam nos componentes da aeronave (asa, empenagens, fuselagem, etc).

De posse destes valores de cargas líquidas atuantes sobre cada componente, parte-se para a decomposição dos esforços atuantes sobre a estrutura da aeronave (esforços cortantes, momentos de flexão, momentos de torção, etc.), os quais poderão ser utilizados para analisar os efeitos estáticos e dinâmicos da estrutura quando sujeita à condição de vôo em questão. A Figura 2 apresenta a carga de sustentação distribuída sobre uma asa, na direção da envergadura e na direção da corda.

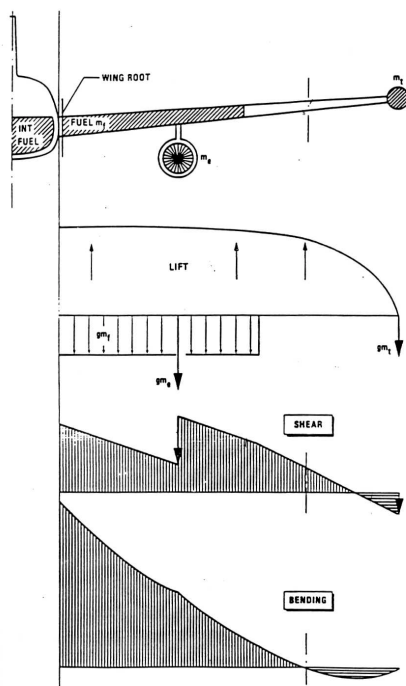
**Tabela 1 – Etapas do processo de cálculo de cargas**

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><b>Carga total / Condições de Voo</b></p> |  | <p>Definição das combinações de fatores de carga, velocidades, e condições de voo de acordo os regulamentos.</p>  |
| <p><b>Carga nos componentes</b></p>          |  | <p>Determinação das cargas em cada componente da aeronave, de acordo com as condições de operações estabelecidas no item anterior.</p>                                    |
| <p><b>Cargas distribuídas</b></p>            |  | <p>Determinação dos esforços atuantes na estrutura de cada componente da aeronave de acordo com as cargas estabelecidas no item anterior.</p>                             |
| <p><b>Efeitos estáticos</b></p>              |   | <p>Determinação dos efeitos estáticos das cargas sobre a estrutura de cada componente da aeronave. Estes efeitos podem vir a alterar o valor das cargas distribuídas.</p> |
| <p><b>Efeitos Dinâmicos</b></p>              |   | <p>Determinação dos efeitos dinâmicos das cargas sobre a estrutura de cada componentes da aeronave.</p>   |



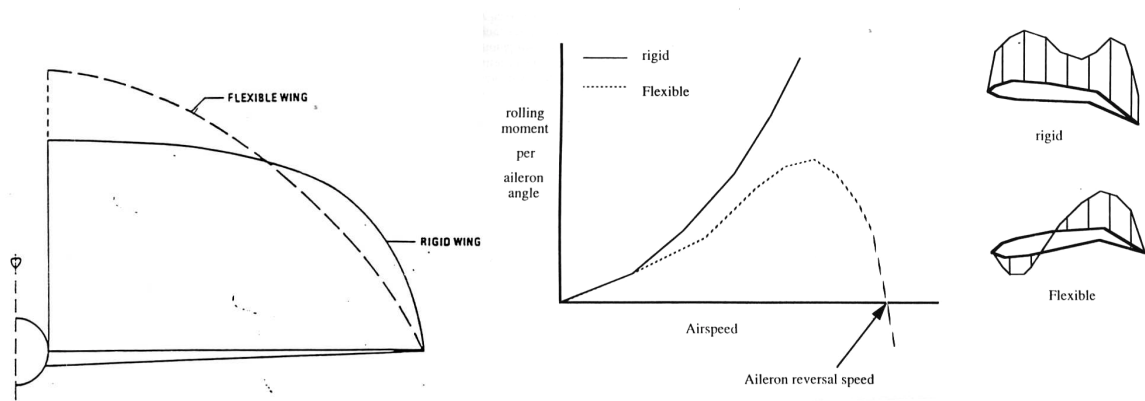
**Figura 2 – Exemplo das cargas distribuídas sobre uma asa – na direção da envergadura e na direção da corda**

A Figura 3 apresenta os efeitos da carga de sustentação distribuída sobre a asa, em termos de esforço cortante e momento fletor. Nesta figura observa-se também a combinação de cargas sobre uma asa, combinando as cargas de sustentação, peso de combustível, peso do motor e peso do *Tip-Tank*.



**Figura 3 – Exemplo do cálculo das cargas distribuídas sobre uma asa**

A Figura 4 apresenta um exemplo de como os efeitos estáticos do carregamento sobre uma asa podem interferir na determinação das cargas atuantes e nas características de vôo da aeronave. Na figura da esquerda observa-se como a distribuição de sustentação sobre a asa provoca uma deformação da mesma, o que, por sua vez, altera a forma da distribuição desta carga de sustentação. Na figura da direita, observa-se uma breve explicação do fenômeno de reversão de comando, no caso, para ailerons. Na ocorrência deste fenômeno, a deformação da asa devido aos esforços de torção altera a distribuição de pressão de forma que a atuação das superfícies de comando provoca uma resultante na direção oposta à esperada, provocando a inversão dos comandos.



**Figura 4 – Exemplos dos efeitos estáticos das cargas sobre a estrutura da aeronave**

## 2 DIAGRAMA DE CENTRO DE GRAVIDADE

### 2.1 DEFINIÇÃO

Como o peso de uma aeronave pode variar de acordo com sua configuração de voo, a posição do seu centro de gravidade também pode variar de acordo com estas configurações.

O diagrama de centro de gravidade é um gráfico que determina qual a posição do centro de gravidade da aeronave, em relação a uma referência fixa, para cada condição limite de carregamento (configuração de voo; carga útil), delimitando o envelope do passeio do centro de gravidade da aeronave.

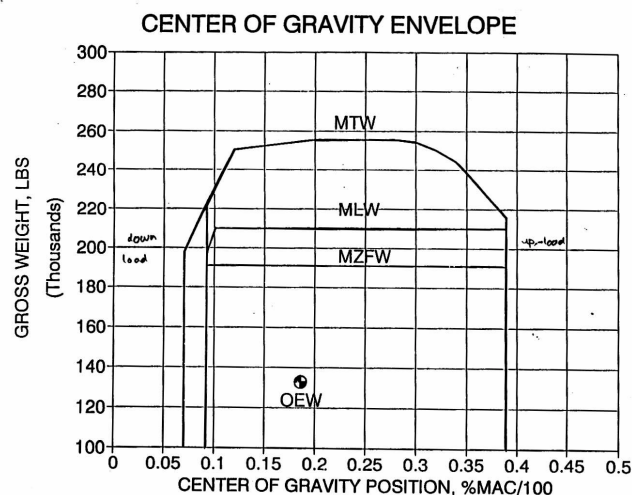


Figura 1 – Diagrama típico de passeio do centro de gravidade

### 2.2 IMPORTÂNCIA

A posição do centro de gravidade de uma aeronave é de extrema importância para seu funcionamento, influenciando áreas como:

- ◆ Estabilidade e controle: limitando a posição traseira do centro de gravidade devido a questões de estabilidade e a posição dianteira devido à limitação

de sustentação da empenagem horizontal para decolagem (rolamento), pouso e recuperação de manobras.

- ◆ Desempenho: influenciando na carga da empenagem horizontal e conseqüentemente na carga da asa, provocando aumento do arrasto (principalmente induzido) que por sua vez aumenta o consumo de combustível.
- ◆ Cargas, sendo:
  - Cargas nas asas;
  - Cargas nas empenagens, sobretudo horizontais;
  - Cargas no trem de pouso: sobretudo na bequilha, limitando a posição do centro de gravidade devido à capacidade de atuação da bequilha em manobras no solo.

### 2.3 DETERMINAÇÃO

A posição do centro de gravidade de qualquer corpo, em relação a um sistema de referência, é obtida através da relação entre o momento estático do corpo em relação ao sistema de referência e o peso do corpo.

Assim, a determinação da posição do centro de gravidade de uma aeronave composta por diversos componentes, pode ser obtida por:

$$x_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n W_i}$$

Sendo  $W_i$  o peso de cada componente,  $x_i$  a posição do centro de gravidade de cada componente em relação ao sistema de referência, e  $x_{CG}$  a posição do centro de gravidade da aeronave em relação ao sistema de referência.



O problema de se determinar o **envelope de passeio do centro de gravidade**, isto é, os limites extremos do centro de gravidade para cada valor de peso da aeronave, deve ser tratado de acordo com o seguinte algoritmo:

- ◆ Escolher um sistema de referência arbitrário;
- ◆ Determinar o peso mínimo de operação e a posição correspondente do centro de gravidade;
- ◆ Determinar as posições avançadas do centro de gravidade pela adição, um a um, dos pesos de itens de carga útil ao peso mínimo de operação (iniciar pelos itens mais à frente), plotando em um gráfico a relação entre o peso da aeronave e a correspondente posição do centro de gravidade;
- ◆ Determinar as posições traseiras do centro de gravidade da mesma forma iniciando-se, desta vez, pelos itens mais posteriores.

Assim, é possível determinar o **envelope de passeio do centro de gravidade** da aeronave e compará-lo ao **envelope de passeio PERMITIDO do centro de gravidade**, determinado pelo conjunto de restrições impostas pelas diversas áreas que são afetadas pela variação da posição do centro de gravidade (especialmente, estabilidade e controle).

### 2.3.1 POSIÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE EM RELAÇÃO À CORDA MÉDIA AERODINÂMICA

Geralmente a posição do centro de gravidade de uma aeronave é referenciada em relação a uma porcentagem da corda média aerodinâmica, sobretudo porque esta informação é bastante explicativa sobre os aspectos de estabilidade e controle<sup>1</sup>.

Assim, para referenciar a posição do centro de gravidade da aeronave em relação a corda média aerodinâmica da mesma, deve-se fazer:

---

<sup>1</sup> Os limites da posição do centro de gravidade de uma aeronave em relação à sua corda média aerodinâmica que atendem os aspectos de estabilidade e controle possuem valores bastante comuns entre diversos tipos de aeronaves.

$$x_{CG}|_{\bar{c}} = \frac{x_{CG} - x_{\bar{c}}}{\bar{c}} \cdot 100$$

Sendo  $x_{CG}|_{\bar{c}}$  a posição do centro de gravidade em porcentagem da corda média aerodinâmica,  $x_{CG}$  a posição do centro de gravidade da aeronave em relação ao sistema de referência,  $x_{\bar{c}}$  a posição do bordo de ataque da corda média aerodinâmica em relação ao sistema de referência e  $\bar{c}$  o valor da corda média aerodinâmica.

### 2.3.2 EXERCÍCIO 1

Determine o peso vazio (*empty weight*), o peso vazio operacional (*operating empty weight*), o peso vazio operacional mínimo (*minimum operating empty weight*), o peso máximo zero combustível (*maximum zero fuel weight*) e o peso máximo da aeronave *CEA307 CB10 Triathlon*.

Determine a posição do centro de gravidade da aeronave para as diversas configurações citadas acima.

- ◆ Corda média aerodinâmica 1.205m
- ◆ Posição do bordo ataque da corda média aerodinâmica 1.593m

**Tabela 1 – Componentes da fuselagem**

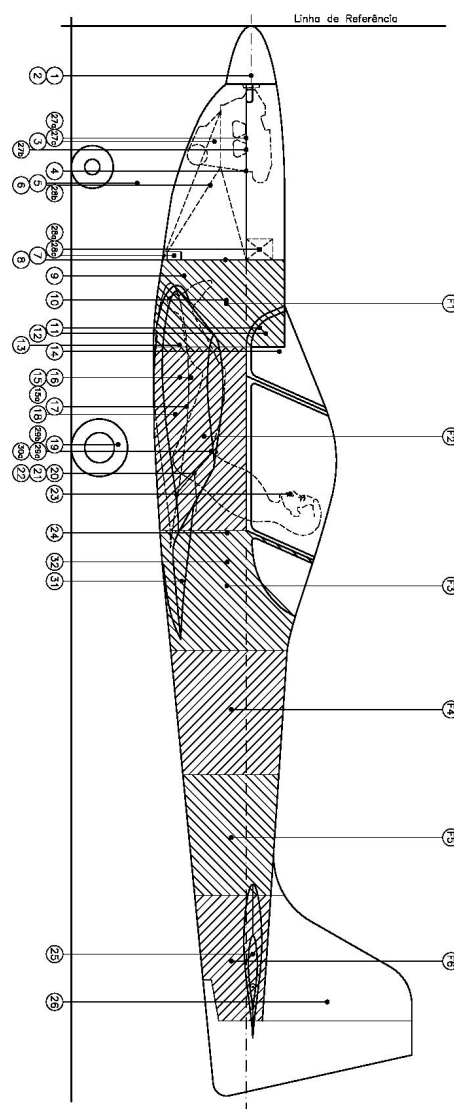
| Parte | Peso [kg] | Braço [m] |
|-------|-----------|-----------|
| F1    | 14.00     | 1.53      |
| F2    | 18.00     | 2.28      |
| F3    | 14.00     | 3.15      |
| F4    | 8.00      | 3.88      |
| F5    | 6.00      | 4.63      |
| F6    | 4.00      | 5.35      |

Tabela 2 – Componentes da aeronave

| Descrição                         | Peso [kg] | Braço [m] |
|-----------------------------------|-----------|-----------|
| Spinner                           | 0.92      | 0.29      |
| Hélice                            | 5.00      | 0.29      |
| Silencioso e Tubos de escapamento | 4.50      | 0.67      |
| Cobertura do Motor                | 5.70      | 0.85      |
| Trem de Pouso - Bequilha          | 12.96     | 0.92      |
| Berço do motor                    | 2.00      | 0.93      |
| Bomba auxiliar de combustível     | 0.50      | 1.22      |
| Parede de Fogo                    | 2.34      | 1.24      |
| Cilindros de Freio                | 0.50      | 1.33      |
| Controle do motor                 | 1.50      | 1.48      |
| Rádio                             | 3.00      | 1.64      |
| Instrumentos                      | 4.25      | 1.67      |
| Linha de Combustível              | 0.46      | 1.74      |
| Pára-brisa                        | 2.50      | 1.78      |
| Tanque de Combustível             | 9.00      | 1.81      |
| Asa                               | 55.00     | 2.00      |
| Isolamento Acústico               | 1.00      | 2.10      |
| Controles                         | 15.00     | 2.15      |
| Trem de Pouso Principal           | 30.24     | 2.28      |
| Assentos                          | 1.00      | 2.49      |
| Almofadas                         | 1.00      | 2.49      |
| Cintos de Segurança               | 1.00      | 2.49      |
| Canopy                            | 6.00      | 2.36      |
| Empenagem Horizontal              | 7.28      | 5.31      |
| Empenagem Vertical                | 4.60      | 5.59      |
| Fiação Elétrica                   | 0.50      | 1.20      |
| Motor Lycoming                    | 104.50    | 0.72      |
| Bateria e Suporte                 | 12.00     | 1.18      |

**Tabela 3 – Equipamentos de vôo**

| Descrição  | Peso [kgf] | Braço [m] |
|------------|------------|-----------|
| Piloto     | -          | 2.36      |
| Passageiro | -          | 2.36      |
| Bagagem    | 22.00      | 3.01      |



**Figura 2 – Aeronave CEA307 CB10 Triathlon**

### 2.3.3 EXERCÍCIO 2

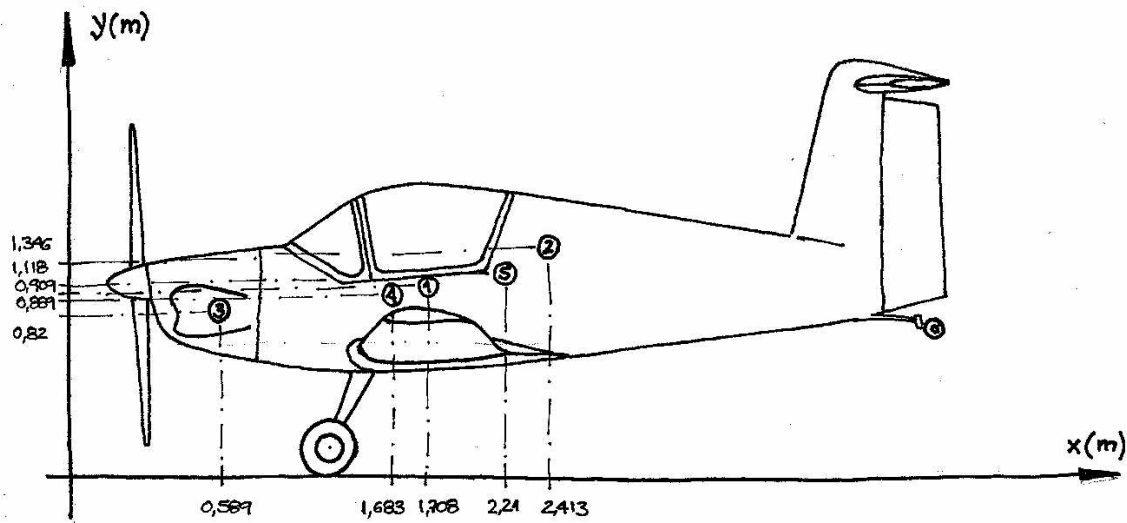


Figura 3 – Posição dos componentes da aeronave – carga útil

Determinar o envelope de passeio do centro de gravidade para a aeronave apresentada na Figura 3, sendo:

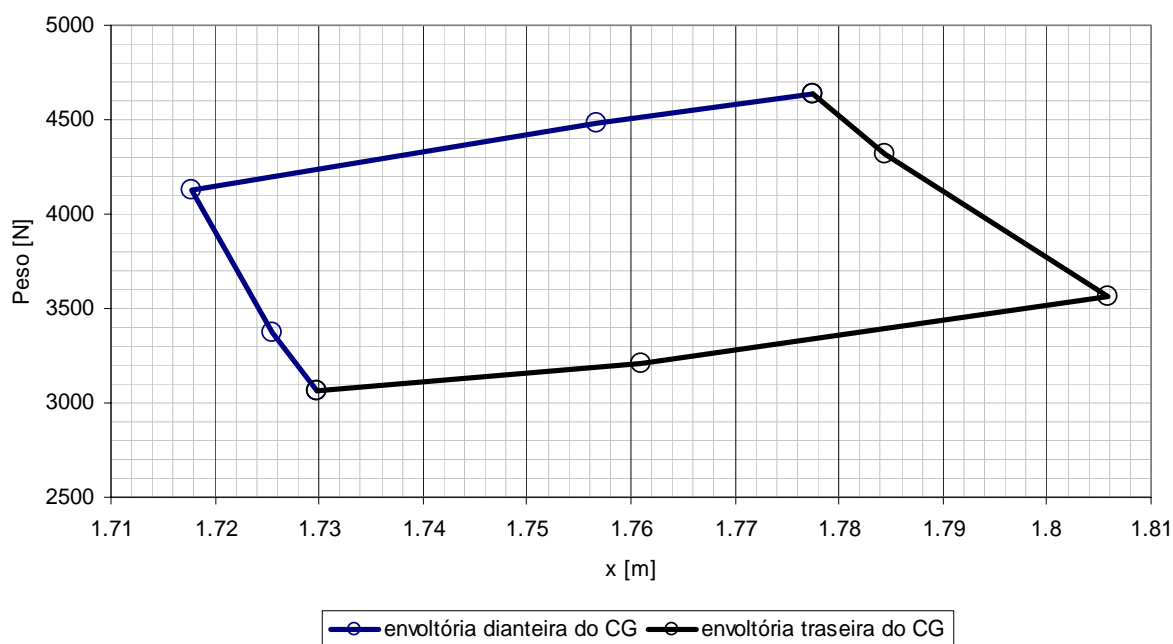
- ◆ Corda média aerodinâmica -  $\bar{c}$  *1.295m*
- ◆ Pos. BA. Corda média aerodinâmica -  $x_{\bar{c}}$  *1.502m*
- ◆ Peso vazio *2414.1N*
- ◆ Posição do centro de gravidade com peso vazio *1.708m*
- ◆ Combustível mínimo *25.9litros*
- ◆ Óleo mínimo *3.8litros*
- ◆ Combustível *AVGAS 100*

**Tabela 4 – Parcelas variáveis**

|                     |                | <b>Peso Min.</b> | <b>Peso Max.</b> | <b>Braço</b>   |
|---------------------|----------------|------------------|------------------|----------------|
| <b>Componente 1</b> | Aeronave vazia | <i>2414.1N</i>   | <i>2414.1N</i>   | <i>1.708 m</i> |
| <b>Componente 2</b> | Combustível    | <i>116.9N</i>    | <i>313.7N</i>    | <i>2.413 m</i> |
| <b>Componente 3</b> | Óleo           | <i>35.6N</i>     | <i>35.6N</i>     | <i>0.589 m</i> |
| <b>Componente 4</b> | Piloto         | <i>445.0N</i>    | <i>756.5N</i>    | <i>1.683 m</i> |
|                     | Passageiro     | <i>0</i>         | <i>756.5N</i>    |                |
| <b>Componente 5</b> | Bagagem        | <i>0</i>         | <i>356N</i>      | <i>2.210 m</i> |

**Tabela 5 – Envelope do passeio do centro de gravidade**

| <b>Número</b> | <b>Descrição do peso</b> | <b>W [N]</b>  | <b>X [m]</b> | <b>W.x</b>    | <b>Posição do CG.</b> |             |
|---------------|--------------------------|---------------|--------------|---------------|-----------------------|-------------|
|               |                          |               |              |               | <b>X [m]</b>          | <b>%cma</b> |
| <i>1</i>      | peso vazio               | <i>2414.1</i> | <i>1.7</i>   | <i>4123.3</i> |                       |             |
| <i>2</i>      | combustível mínimo       | <i>166.9</i>  | <i>2.4</i>   | <i>402.7</i>  |                       |             |
| <i>3</i>      | óleo                     | <i>35.6</i>   | <i>0.6</i>   | <i>21.0</i>   |                       |             |
| <i>4</i>      | piloto leve              | <i>445.0</i>  | <i>1.7</i>   | <i>748.9</i>  |                       |             |
| <i>5</i>      | peso mínimo de operação  | <i>3061.6</i> |              | <i>5295.9</i> | <i>1.7</i>            | <i>17.6</i> |
| <i>6</i>      | piloto                   | <i>311.5</i>  | <i>1.7</i>   | <i>524.3</i>  |                       |             |
| <i>7</i>      | peso parcial (5+6)       | <i>3373.1</i> |              | <i>5820.2</i> | <i>1.7</i>            | <i>17.3</i> |
| <i>8</i>      | passageiro               | <i>756.5</i>  | <i>1.7</i>   | <i>1273.2</i> |                       |             |
| <i>9</i>      | peso parcial (7+8)       | <i>4129.6</i> |              | <i>7093.4</i> | <i>1.7</i>            | <i>16.7</i> |
| <i>10</i>     | bagagem                  | <i>356.0</i>  | <i>2.2</i>   | <i>786.8</i>  |                       |             |
| <i>11</i>     | peso parcial (9+10)      | <i>4485.6</i> |              | <i>7880.1</i> | <i>1.8</i>            | <i>19.7</i> |
| <i>12</i>     | combustível máximo       | <i>146.8</i>  | <i>2.4</i>   | <i>354.2</i>  |                       |             |
| <i>13</i>     | peso total               | <i>4632.4</i> |              | <i>8234.3</i> | <i>1.8</i>            | <i>21.3</i> |
| <i>5</i>      | peso mínimo de operação  | <i>3061.6</i> |              | <i>5295.9</i> | <i>1.7</i>            | <i>17.6</i> |
| <i>14</i>     | combustível máximo       | <i>146.8</i>  | <i>2.4</i>   | <i>354.2</i>  |                       |             |
| <i>15</i>     | peso parcial (5+14)      | <i>3208.4</i> |              | <i>5650.1</i> | <i>1.8</i>            | <i>20.0</i> |
| <i>16</i>     | bagagem                  | <i>356.0</i>  | <i>2.2</i>   | <i>786.8</i>  |                       |             |
| <i>17</i>     | peso parcial (15+16)     | <i>3564.4</i> |              | <i>6436.9</i> | <i>1.8</i>            | <i>23.5</i> |
| <i>18</i>     | passageiro               | <i>756.5</i>  | <i>1.7</i>   | <i>1273.2</i> |                       |             |
| <i>19</i>     | peso parcial (17+18)     | <i>4320.9</i> |              | <i>7710.1</i> | <i>1.8</i>            | <i>21.8</i> |
| <i>20</i>     | piloto                   | <i>311.5</i>  | <i>1.7</i>   | <i>524.3</i>  |                       |             |
| <i>21</i>     | peso parcial (19+20)     | <i>4632.4</i> |              | <i>8234.3</i> | <i>1.8</i>            | <i>21.3</i> |



**Figura 4 – Passeio do centro de gravidade**

Confeccione o gráfico de passeio do centro de gravidade referenciando as posições do centro de gravidade em relação a corda média aerodinâmica da aeronave.

Determine o passeio vertical do centro de gravidade da aeronave.

### 2.3.4 EXERCÍCIO 3

Verifique se o passeio do centro de gravidade da aeronave *EMB-110 Bandeirante*, nas diversas possibilidades de carregamento atende os limites impostos pelo envelope de passeio permitido do centro de gravidade, inclusive para pouso e decolagem, sendo:

|   |                 |
|---|-----------------|
| Peso básico ( <i>OEW</i> )  | <i>3427.0kg</i> |
| Corda média aerodinâmica  | <i>1.950m</i>   |
| Centro de gravidade vazio em relação à <i>estação 0</i> (no solo) | <i>5.9598m</i>  |
| Posição dos tripulantes em relação à <i>estação 0</i>             | <i>2.76m</i>    |
| Peso máximo de decolagem  | <i>5600kg</i>   |
| Peso máximo de pouso  | <i>5300kg</i>   |

**Tabela 6 – Parcelas variáveis**

| <b>Referência: 28% da corda média aerodinâmica</b> |                   |                  |                  |                  |
|--|-------------------|------------------|------------------|------------------|
|  |                   | <b>Peso Min.</b> | <b>Peso Max.</b> | <b>Braço [m]</b> |
| <b>Componente 1</b>                                | Tripulantes       | 50kg             | 172kg            | 3.24             |
| <b>Componente 2</b>                                | Bagagem Trip.     | 0                | 30kg             | 2.46             |
| <b>Componente 3</b>                                | Passageiros 1-2   | 0                | 200kg            | 1.94             |
| <b>Componente 4</b>                                | Passageiros 3-4   | 0                | 200kg            | 1.18             |
| <b>Componente 5</b>                                | Passageiros 5-6   | 0                | 200kg            | 0.41             |
| <b>Componente 6</b>                                | Passageiros 7-8   | 0                | 200kg            | -0.35            |
| <b>Componente 7</b>                                | Passageiros 9-10  | 0                | 200kg            | -1.11            |
| <b>Componente 8</b>                                | Passageiros 11-12 | 0                | 200kg            | -1.88            |
| <b>Componente 9</b>                                | Bagagem Pax.      | 0                | 240kg            | -3.56            |
| <b>Componente 10</b>                               | Combustível       | 42kg             | 1342kg           | -0.35            |



**Figura 5 – Distribuição dos assentos da aeronave EMB-110 Bandeirante**

Variação do momento devido ao recolhimento dos trens de pouso:

- ◆ Plano de referência na *estação 0*       $-116kg.m$

Caso os carregamentos ultrapassem os limites da aeronave, determine as restrições de carregamento necessárias.



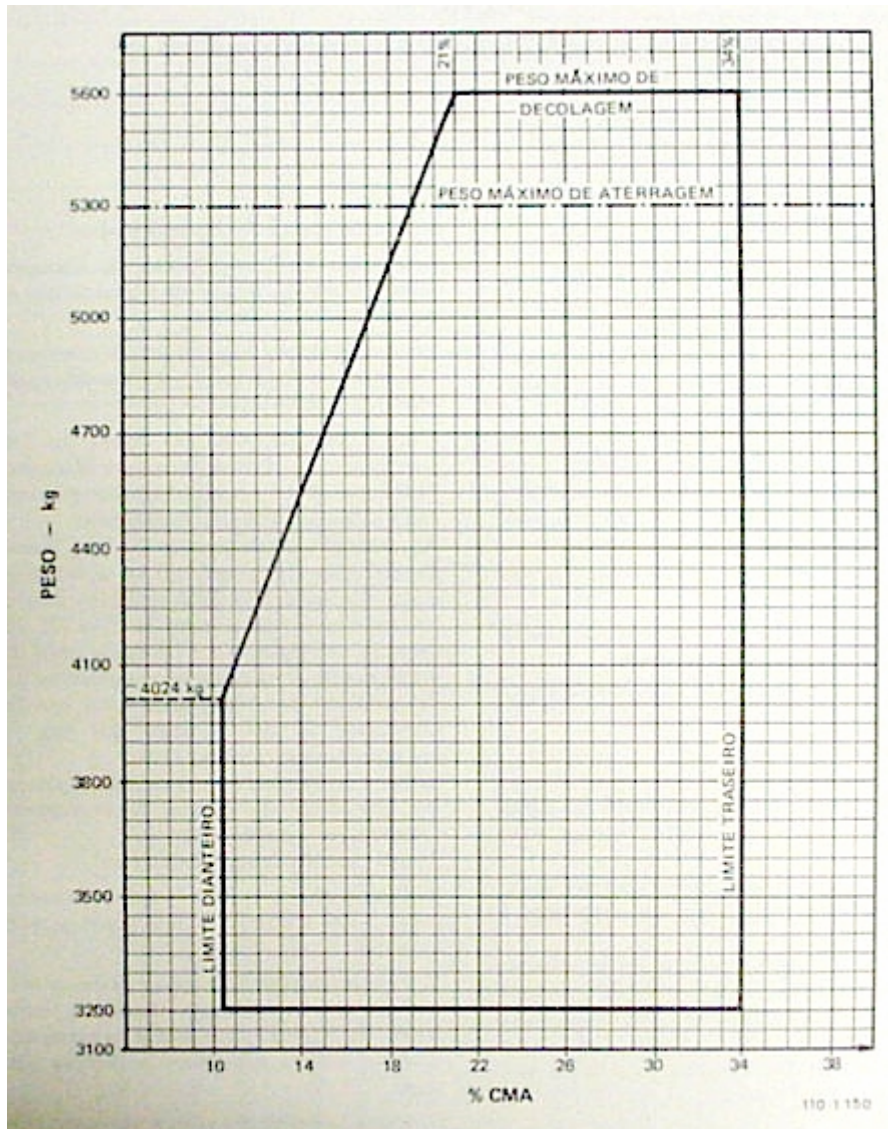


Figura 6 – Envelope do passeio permitido do centro de gravidade

### 3 DIAGRAMA V-N

#### 3.1 FATORES DE CARGA

O corpo ilustrado na Figura 1 representa um sistema com comportamento não-inercial.

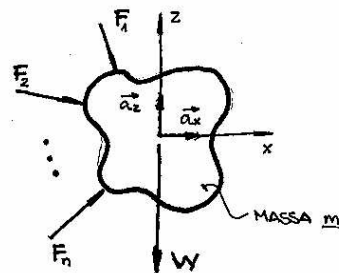


Figura 1 – Sistema não-inercial

O sistema não inercial, quando sofre a ação de forças externas ( $F_1, F_2 \dots F_n$ ), é acelerado. Esta aceleração, medida em relação a um sistema inercial, pode ser escrita de acordo com a *Segunda Lei de Newton* para cada eixo de coordenada, como:

$$a_x = \frac{\sum F_{nx}}{m}$$

$$a_z + g = \frac{\sum F_{nz} + W}{m} \Rightarrow a_z = \frac{\sum F_{nz}}{m}$$

Define-se então, como fator de carga, a relação entre esta aceleração e a aceleração da gravidade:

$$n_x = \frac{a_x}{g} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\sum F_{nx}}{m} = \frac{\sum F_{nx}}{W}$$

$$n_z = \frac{a_z}{g} = \frac{\sum F_{nz}}{W}$$

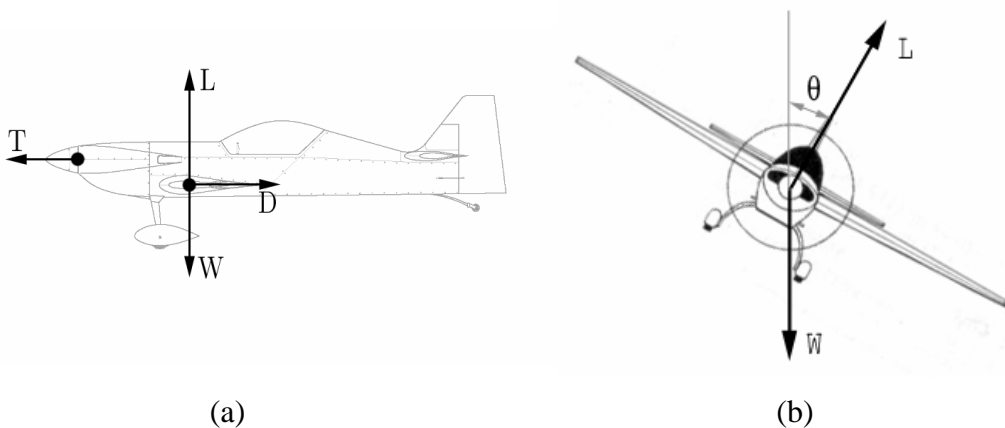
Logo, para vôo reto nivelado, veja Figura 2 (a), tem-se:

$$\sum F_x = T - D = 0$$

$$n_x = \frac{0}{W} = 0$$

$$\sum F_z = L$$

$$n_z = \frac{L}{W} \text{ como } L = W \quad n_z = 1$$



**Figura 2 – Forças atuantes em uma aeronave em vôo reto nivelado (a) e em curva (b)**

Já para vôo em curva, veja Figura 2 (b),

$$L \cos \theta = W \therefore L = \frac{W}{\cos \theta} > W \quad \forall \theta \neq 0$$

$$\sum F_z = L$$

$$n_z = \frac{L}{W} \text{ como } L > W \quad n_z > 1$$

ou seja, em curvas o fator de carga vertical da aeronave será sempre maior que 1. Esta observação é bastante importante para os ensaios em vôo por ser a única forma de manter a aeronave por um grande intervalo de tempo com fator de carga vertical maior que 1.

## 3.2 COEFICIENTE DE SUSTENTÁÇÃO E DE FORÇA NORMAL

### 3.2.1 FORÇAS AERODINÂMICAS E SEUS COEFICIENTES

Por convenção, as forças e os momentos aerodinâmicos são escritos como o produto da pressão dinâmica do escoamento, uma dimensão de referência e um coeficiente aerodinâmico, sendo:

$$R = q \cdot S \cdot C_R = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_R \quad M = q \cdot S \cdot l \cdot C_M = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot l \cdot C_M$$

Onde  $R$  denota uma força,  $M$  um momento,  $q$  a pressão dinâmica,  $S$  uma área de referência,  $l$  um comprimento de referência,  $C_R$  e  $C_M$  os coeficientes aerodinâmicos de força e momento, respectivamente.

A área e o comprimento de referência variam de acordo com o corpo que se está analisando. Por convenção, para asas, a área de referência é a área em planta e o comprimento de referência é uma corda (geralmente a corda média aerodinâmica).

$$\bar{c} = \frac{1}{b} \int_0^{b/2} c(y) dy \quad (\text{corda média geométrica})$$

$$\bar{\bar{c}} = \frac{1}{S} \int_0^{b/2} c^2(y) dy \quad (\text{corda média aerodinâmica})$$

Os coeficientes aerodinâmicos dependem da forma do corpo e das características do escoamento. Para asas, dependem, entre outros, de:

- ◆ Da forma do perfil (incluindo a presença e a deflexão de superfícies de comando e de hiper sustentação);
- ◆ Da forma em planta da asa
- ◆ Da qualidade de fabricação da asa;
- ◆ Do ângulo de ataque do escoamento;

- ◆ Do Número de Reynolds do escoamento;
- ◆ Do Número de Mach do escoamento.

Para sustentação, arrasto e momento em aeronaves, tem-se:

$$L = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$D = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D$$

$$M = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot c \cdot C_M$$

### 3.2.2 SUSTENTAÇÃO E FORÇA NORMAL

Por definição, a força de sustentação é a componente da resultante aerodinâmica na direção ortogonal à direção que o escoamento incide sobre o corpo, ou seja, a força de sustentação é sempre normal à velocidade do escoamento incidente. A força de arrasto, por sua vez, é a componente da resultante aerodinâmica paralela à velocidade do escoamento incidente.

Entretanto, para efeito de análise de cargas, é interessante trabalhar com força normal (ortogonal ao eixo longitudinal da aeronave) ao invés de força de sustentação, pois o sistema de coordenadas usado é fixo na aeronave e, assim, os fatores de carga são descritos em relação aos eixos deste sistema:

$$n_z W = q \cdot S \cdot C_N$$

Assim, é necessário efetuar a conversão entre estes dois coeficientes. Em termos do ângulo de ataque do escoamento, pode-se escrever:

$$N = L \cdot \cos \alpha + D \cdot \sin \alpha$$

Ou, em termos de coeficientes:

$$C_N = C_L \cdot \cos \alpha + C_D \cdot \sin \alpha$$

Assim, quanto maior o ângulo de ataque da aeronave, maior serão as diferenças entre os coeficientes de sustentação e de força normal. Entretanto, uma comparação entre estes coeficientes para duas aeronaves distintas, em diversas configurações de vôo, apresentada na Tabela 1, mostra que as diferenças existentes são, em geral, inferiores a , levando a acreditar que a relação:

$$L = N \Rightarrow C_L = C_N$$

É:  verdadeira  falsa

**Tabela 1 - Comparação entre coeficientes de sustentação e de força normal**

| Aeronave | Cond. Vôo | $\alpha$ | $C_L$ | $C_D$ | $C_N$ | Diferença |
|----------|-----------|----------|-------|-------|-------|-----------|
| A        | M 0,4     | 11,5     | 1,24  | 0,165 |       |           |
| A        | M 0,78    | 6,0      | 0,94  | 0,095 |       |           |
| A        | F 40°     | 20,0     | 3,40  | 0,640 |       |           |
| B        | M 0,45    | 11,0     | 1,09  | 0,076 |       |           |
| B        | M 0,80    | 7,0      | 0,84  | 0,097 |       |           |

### 3.2.3 COEFICIENTE DE SUSTENTAOÇÃO MÁXIMO

Toda asa, quando submetida a um escoamento com ângulo de ataque excessivo, apresenta regiões de descolamento do escoamento que impedem a geração de sustentação. Assim, o ângulo de ataque onde se observa a ocorrência do descolamento do escoamento é chamado ângulo de estol e o coeficiente de sustentação associado a este ângulo é chamado coeficiente de sustentação máximo. Estes valores (ângulo e coeficiente) são determinados em ensaios de túnel de vento e corrigidos para a aeronave em tamanho real. Mesmo assim, só são conhecidos com precisão após os ensaios em vôo da aeronave real.

O coeficiente de sustentação máximo da aeronave deve levar em consideração a sustentação da empenagem horizontal necessária para manter a aeronave equilibrada nesta condição de vôo, assim:

$$C_{Lmax} = C_{Lmax}|_{WB} + C_{Lt}$$

onde  $C_{Lmax}|_{WB}$  denota o coeficiente de sustentação máximo do conjunto asa-fuselagem e  $C_{Lt}$  o respectivo coeficiente de sustentação na empenagem horizontal para garantir o equilíbrio de arfagem da aeronave. Utilizando as equações de equilíbrio estático da aeronave em vôo nivelado horizontal, tem-se:

$$C_{Lmax} = C_{Lmax}|_{WB} + [C_{Lmax}(CG - 0.25) + C_{M0.25}] \cdot \frac{c_w}{x_t}$$

Conhecendo-se o coeficiente de sustentação máximo da aeronave, com o centro de gravidade a 25% da corda de referência da asa, como é possível calcular o coeficiente de sustentação máximo da mesma aeronave para outras posições do centro de gravidade?

### 3.2.4 EFEITOS DO NÚMERO DE MACH

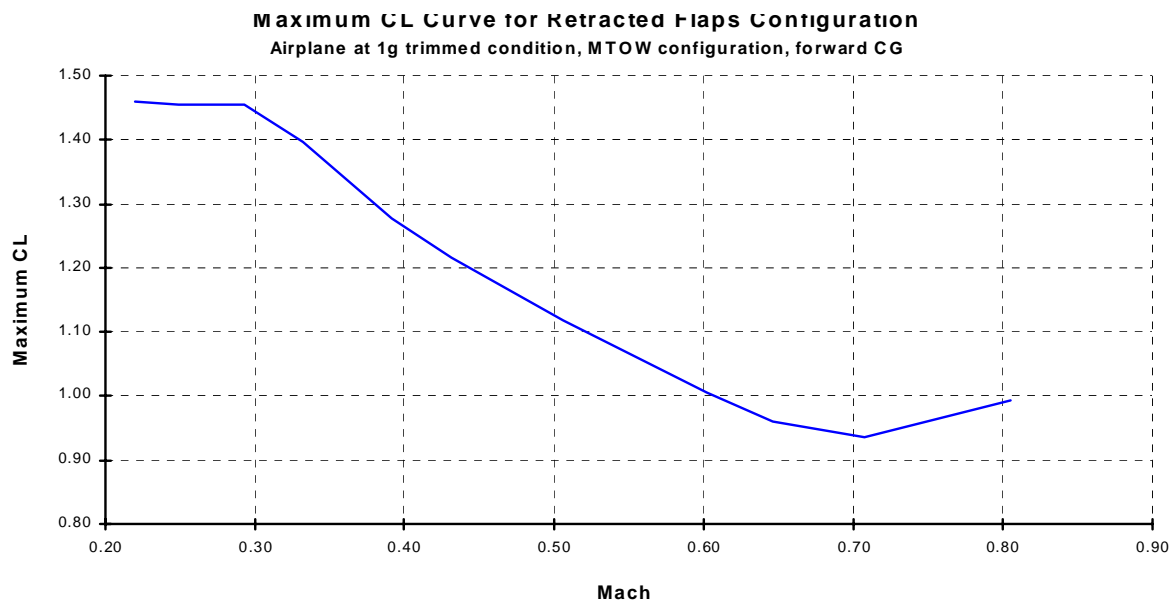
Devido a ocorrência de ondas de choque geradas pela combinação de elevados números de Mach e a aceleração do escoamento no extradorso das superfícies de sustentação (asa e empenagem horizontal) pode-se dizer que, em geral, o coeficiente de sustentação máximo de uma aeronave diminui com o aumento do número de Mach. Esta variação pode ser obtida através de ensaios em túnel de vento e correções feitas através da experiência adquirida em projetos anteriores.

Observa-se também que, para números de Mach elevados, ocorrem efeitos de *buffet*<sup>1</sup> na empenagem horizontal com o aumento do ângulo de ataque, podendo limitar a operação da aeronave.

Ensaios em vôo permitem investigar estes efeitos e obter o valor do coeficiente de sustentação máximo da aeronave, sem e com ocorrência dos efeitos de *buffet*.

---

<sup>1</sup> Entende-se por *buffet* aerodinâmico algum efeito que dê a impressão ao piloto de que a aeronave está recebendo rajadas de escoamento. Em geral é ocasionado por descolamento do escoamento ou pelo surgimento de ondas de choque.



**Figura 3 – Efeito do Número de Mach no coeficiente de sustentação máximo da aeronave**

### 3.2.5 CALCULO DA VELOCIDADE DE ESTOL

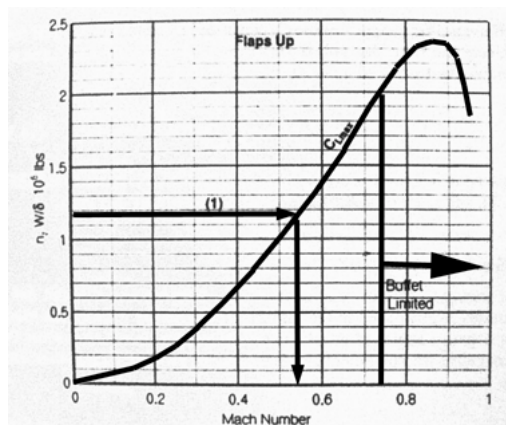
A velocidade de estol de uma aeronave deve ser obtida da relação:

$$V_s = \sqrt{\frac{2 n_z W}{\rho \cdot S \cdot C_{N_{\max}}}}$$

Como já foi visto, o coeficiente de força normal da aeronave, em geral, não varia linearmente com o Número de Mach, tornando complexa a resolução desta equação.

A solução deste problema pode ser obtida através do uso de gráficos que relacionam o Número de Mach da aeronave com a relação entre o peso da aeronave, o fator de carga em vôo e a razão de pressão da altitude de vôo (Figura 3).





**Figura 4 - Relação entre a capacidade de sustentação máxima e o Número de Mach da aeronave**

### 3.2.6 COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO NEGATIVA MÁXIMO

Estes coeficientes são geralmente determinados através do uso de túneis de vento. Entretanto, na prática, pode-se utilizar:

$$C_{Lmax-} = k \cdot C_{Lmax}$$

Sendo a constante  $k$  entre  $0.6$  e  $1.0$ . A constante  $k$  só terá valor  $1.0$  se a perfilagem da aeronave for totalmente simétrica. Por outro lado, quanto mais camber houver na perfilagem da aeronave (sobretudo da asa) mais próximo de  $0.6$  será a constante  $k$ .

## 3.3 VELOCIDADES ESTRUTURAIS

As velocidades utilizadas para o cálculo estrutural da aeronave são definidas por normas<sup>2</sup>, sendo:

### 3.3.1 VELOCIDADE DE CRUZEIRO – $V_C$

A velocidade de cruzeiro, do ponto de vista estrutural, é determinada atendendo os requisitos normativos, de forma a englobar a velocidade máxima desejada em operação

<sup>2</sup> <http://www.risingup.com/fars/info/>

normal com flapes recolhidos. Assim, a aeronave em operação comercial normal não deve ultrapassar esta velocidade, seja em cruzeiro, subida ou descida.

O parágrafo 335(a) das normas aeronáuticas determina os requisitos para a determinação desta velocidade.

### 3.3.2 VELOCIDADE DE MERGULHO – $V_D$

A velocidade de mergulho, do ponto de vista estrutural, é a velocidade máxima que a aeronave pode alcançar em mergulho.

O parágrafo 335(b) das normas aeronáuticas determina os requisitos para a determinação desta velocidade.

### 3.3.3 VELOCIDADE DE MANOBRA – $V_A$

Velocidade de manobra, segundo o parágrafo 335(c) das normas aeronáuticas, é definida como:

$$V_A = \frac{2 \cdot n_{z \max} \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{N \max}}$$

Podendo ser interpretada como a velocidade necessária para que a aeronave atinja seu fator de carga máximo sem estolar. De fato, até 1956 era esta a definição de velocidade de manobra. Entretanto, com o advento das aeronaves a jato, em grandes altitudes o coeficiente de força normal máximo da aeronave sofre efeitos da compressibilidade (*buffet*), e esta definição de velocidade de manobra deixa de fazer sentido. Assim, os representantes das indústrias e o FAA decidiram manter a forma de calcular a velocidade de manobra, mas sua definição passou a ser: a velocidade máxima na qual o piloto pode defletir uma superfície de comando até sua deflexão máxima. Esta deflexão pode ser feita apenas uma vez, em apenas um sentido, sem introduzir efeitos oscilatórios.

### 3.3.4 VELOCIDADE DE FLAPES

As velocidades de uso de flapes são de grande importância para o projeto estrutural de uma aeronave devido a enorme influência que esta tem no dimensionamento das estruturas de

atracamento, suporte e comando destas superfícies de hipersustentação. A determinação destas velocidades baseia-se, sobretudo, na tentativa de evitar que ocorra o estol da aeronave durante a transição de uma posição de flape para outra.

Antes de 1953, como era comum que as aeronaves possuíssem apenas duas posições de flape, os critérios para a determinação das velocidades de uso de flape eram:

$$V_F = 1.4 \cdot V_S \text{ Para flape recolhido e peso máximo de pouso.}$$

ou  $V_F = 1.8V_S$  para **flape de pouso e peso máximo de pouso**, a que for maior.

Em 1961 a condição de flape recolhido foi substituída por uma condição de flape de decolagem, tornando:

$$V_F = 1.6 \cdot V_S \text{ Para flape de decolagem e peso máximo de decolagem.}$$

ou  $V_F = 1.8V_S$  para **flape de pouso e peso máximo de pouso**, a que for maior.

Sendo estas as definições básicas utilizadas pelos regulamentos atuais, em seus parágrafos 335(e) para a definição da velocidade de flape.

**Tabela 2 – Exemplo de velocidades de flape para aeronave FAR Part-25**

| Flap Selector Position | Total Flap Angle (deg) | Main Flap Angle (deg) | Aft Flap Angle (deg) | Slat Position (deg) | Speed         | Altitude (m) | EAS (m/s)   (KTS) |     |
|------------------------|------------------------|-----------------------|----------------------|---------------------|---------------|--------------|-------------------|-----|
| 1                      | 10                     | 5                     | 5                    | 15                  | $V_{f_1}$     | 0 → 6096     | 128.6             | 250 |
| 2                      | 20                     | 10                    | 10                   | 15                  | $V_{f_2}$     | 0 → 6096     | 120.9             | 235 |
| 3                      | 32                     | 20                    | 12                   | 15                  | $V_{f_3}$     | 0 → 6096     | 105.5             | 205 |
| 4, 5                   | 32                     | 20                    | 12                   | 25                  | $V_{f_{4,5}}$ | 0 → 6096     | 102.9             | 200 |
| 6                      | 50                     | 35                    | 15                   | 25                  | $V_{f_6}$     | 0 → 6096     | 95.2              | 185 |

### 3.3.5 VELOCIDADE DE RAJADA – $V_B$

Entende-se como velocidade de rajada a velocidade prevista para que ocorra a máxima intensidade de rajada durante a operação da aeronave. Sua definição deve ser feita de acordo como o parágrafo 335(d) das normas aeronáuticas.

Nos tempos anteriores às aeronaves a jato esta velocidade era sempre definida como a interseção da linha de rajada máxima com a linha de força normal máxima da aeronave. Entretanto, com os efeitos da compressibilidade foi necessário então utilizar uma equação empírica para determinar a velocidade de rajada.

$$V_{Bmin} = V_{SI} \sqrt{1 + \frac{K_g \cdot U_{ref} \cdot V_C \cdot a}{498 \cdot (W/S)}}$$

Onde  $K_g$  denota o fator de alívio de carga (parágrafo 335(d)),  $U_{ref}$  a velocidade de referência de rajada (*ft/s eas*),  $V_C$  a velocidade de cruzeiro de projeto (*keas*),  $V_{SI}$  a velocidade de estol para a condição de peso em questão (*keas*),  $a$  a inclinação da curva de coeficiente de força normal da aeronave ( $rad^{-1}$ ),  $W$  o peso da aeronave (*lbf*) e  $S$  a área alar da aeronave ( $ft^2$ ).

### 3.3.6 VELOCIDADE DE PENETRAÇÃO EM AR TURBULENTO – $V_{RA}$

A velocidade de penetração em ar turbulento trata-se da velocidade que o piloto deve estabelecer na aeronave quando uma região bastante turbulenta é encontrada ou anunciada, de forma a minimizar a chance de se ultrapassar os limites de carga definidos para a aeronave.

Esta velocidade deve ser definida de acordo com os parágrafos 1517 das normas aeronáuticas.

A determinação desta velocidade deve ser feita de forma consistente com os outros limites de velocidade da aeronave. Por exemplo: em grandes altitudes esta velocidade não deve ser muito baixa de forma a prevenir a ocorrência de estol inadvertidamente devido à presença da rajada. Em geral para altitudes onde as velocidades são referenciadas em número de Mach o limite de penetração em ar turbulento também é definido como um Número de Mach e a diferença de *35 ktas*, sugerida pelo parágrafo 1517(3) não é mais utilizado.

As aeronaves que sofrem esta restrição, em geral, são providas de um indicador de velocidade que também indica esta limitação. Este indicador, conhecido como *Barber Pole*, indica, para a altitude de vôo, a velocidade máxima de operação da aeronave e a velocidade de estol. Assim, a velocidade de penetração em ar turbulento deve ser uma velocidade

intermediária entre estes dois limites. A altitude onde estes limites coincidem é comumente conhecida como *Coffin Corner*.

**Tabela 3 – Exemplo de velocidades de penetração em ar turbulento para aeronaves FAR Part-25**

| Aeronave       | $V_{RA}$ [kias] | $M_{RA}$  |
|----------------|-----------------|-----------|
| Boeing 737     | 280             | 0.7       |
| Boeing 747-400 | 290-310         | 0.82-0.85 |
| Boeing 757     | 290             | 0.78      |
| Boeing 767     | 290             | 0.78      |
| Douglas DC-10  | 280-290         | 0.80-0.85 |

### 3.3.7 VELOCIDADE DE ESTOL

A velocidade de estol da aeronave é um valor utilizado para a determinação de diversas outras velocidades, sendo então de extrema importância para o projeto estrutural da aeronave.

Suas estimativas são calculadas, através das informações provenientes do departamento de aerodinâmica, para diversas configurações de vôo, isto é: com e sem flape, com trem estendido e com o trem recolhido, com potência ou sem potência. Em seguida, durante os ensaios em vôo, estes valores estimados são verificados e corrigidos.

O parágrafo 103 das normas aeronáuticas define velocidade de estol. Já o parágrafo 201 destas normas define o procedimento para demonstração desta velocidade nos ensaios em vôo.

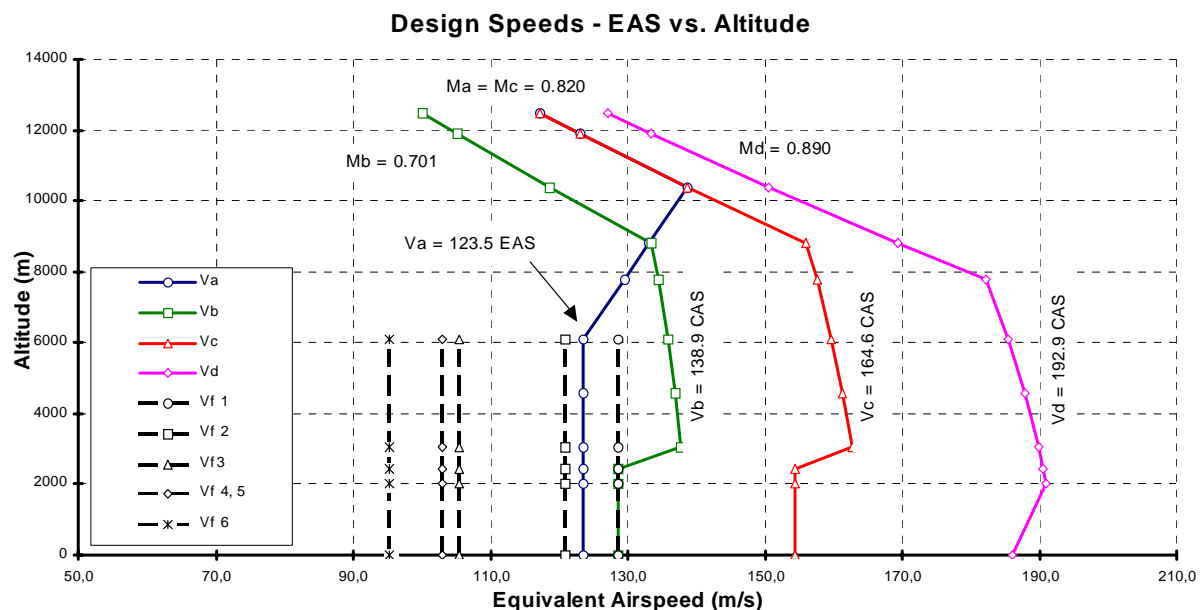


Figura 5 – Velocidades estruturais em função da altitude (EAS).

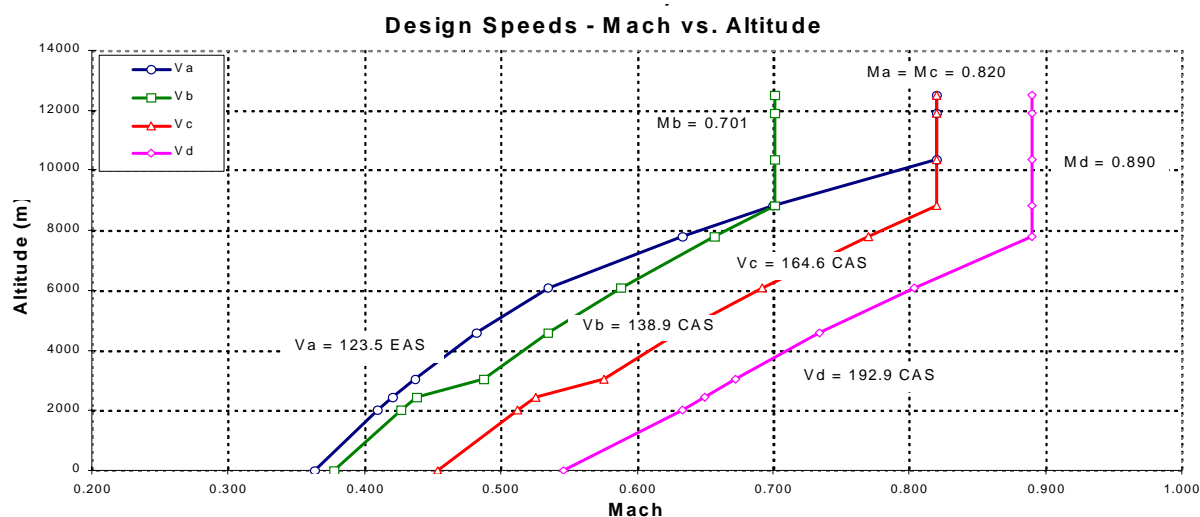


Figura 6 – Velocidades estruturais em função da altitude (Mach).

### 3.4 FATORES DE CARGA

O parágrafo 337 das normas aeronáuticas determina os limites de fator de carga para a construção do diagrama V-n.

**Tabela 4 – Fatores de carga máximos para aeronave FAR Part-25**

| Mass configuration |              | Positive load factor<br>(Nz+) |                    |                    |                    |                      |                    |
|--------------------|--------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| Mass<br>(kg)       | CG<br>(%mac) | Flap<br>Selector 0            | Flap<br>Selector 1 | Flap<br>Selector 2 | Flap<br>Selector 3 | Flap<br>Selector 4,5 | Flap<br>Selector 6 |
| All                |              | 2.50                          | 2.00               | 2.00               | 2.00               | 2.00                 | 2.00               |

| Mass configuration |              | Negative load factor<br>(Nz-) |                    |                    |                    |                      |                    |
|--------------------|--------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| Mass<br>(kg)       | CG<br>(%mac) | Flap<br>Selector 0            | Flap<br>Selector 1 | Flap<br>Selector 2 | Flap<br>Selector 3 | Flap<br>Selector 4,5 | Flap<br>Selector 6 |
| All                |              | -1.00                         | 0.00               | 0.00               | 0.00               | 0.00                 | 0.00               |

### 3.5 DIAGRAMA V-N

Os regulamentos, em suas sub-partes C, regulamentam as condições de resistência que a aeronave deve ter para cada combinação de velocidade e fator de carga, através da construção do Diagrama V-n.

Estes fatores de carga podem ser devidos tanto à manobras quanto à rajadas (turbulências).

#### 3.5.1 DIAGRAMA DE MANOBRA

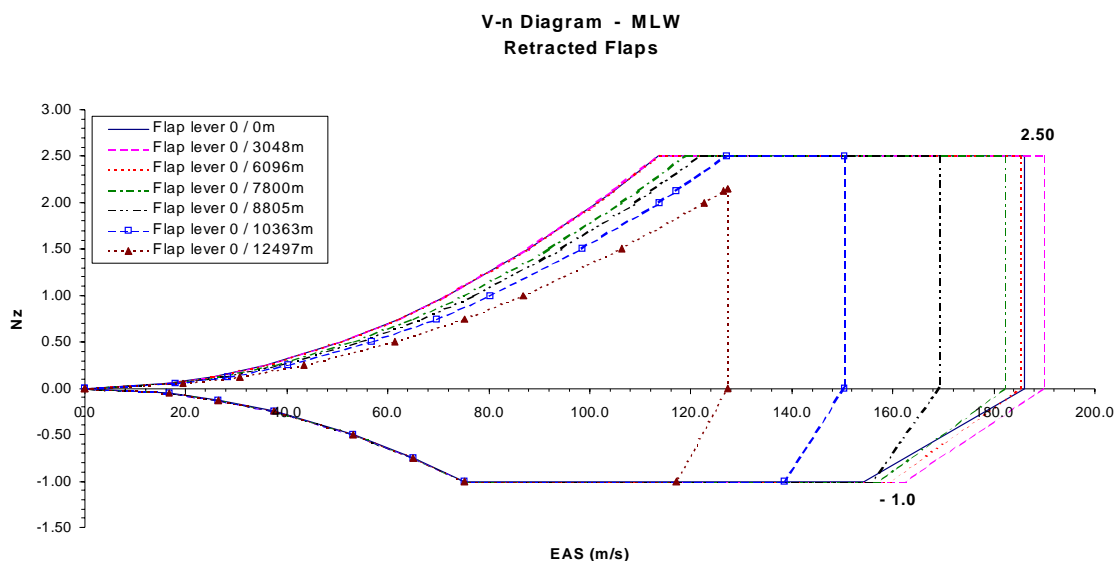
As fronteiras do diagrama de manobra são<sup>3</sup>:

- ◆ **Fronteira Esquerda:** depende das características da aeronave, sobretudo quanto aos limites de força normal e peso.
- ◆ **Fronteira Direita:** depende dos limites de velocidade de mergulho da aeronave e de velocidade de uso de flape.

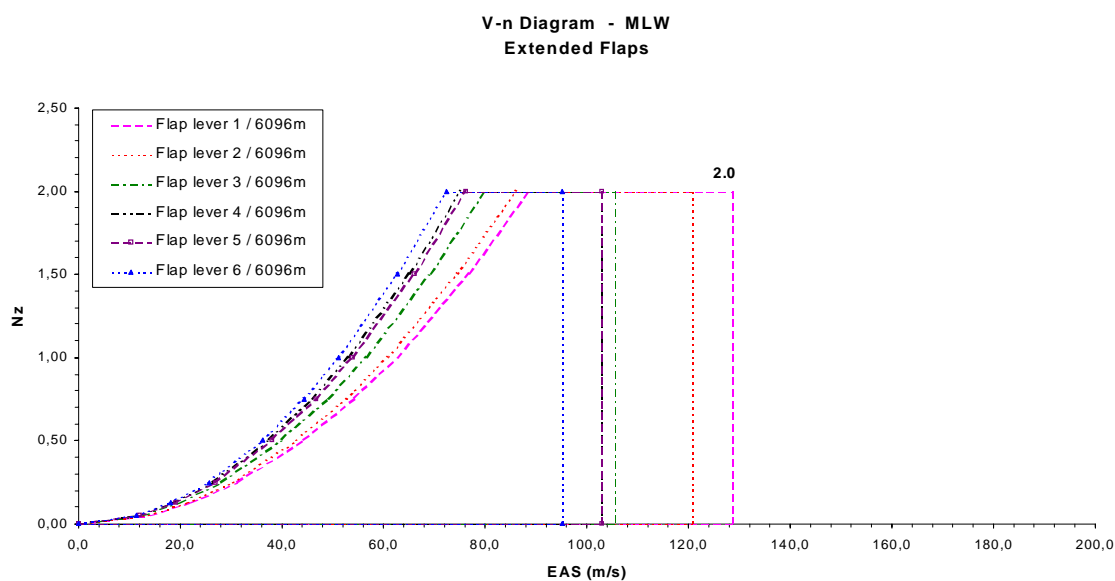
<sup>3</sup> A qualquer altitude as fronteiras do diagrama podem ser limitadas pela ocorrência de *buffet*.

- ◆ **Fronteiras Superior e Inferior:** dependem dos limites de fator de carga de manobra da aeronave.

Este envelope de deve ser também calculado para as configurações de voo com a utilização de flape, obedecendo às regulamentações impostas pelo parágrafo 345 das normas aeronáuticas.



**Figura 7 – Diagrama de manobra para aeronave FAR Part-25 com flapes recolhidos e Peso Máximo de Pouso (MLW)**



**Figura 8 – Diagrama de manobra para aeronave FAR Part-25 com flapes estendidos e Peso Máximo de Pouso (MLW)**



### 3.5.2 DIAGRAMA DE RAJADA

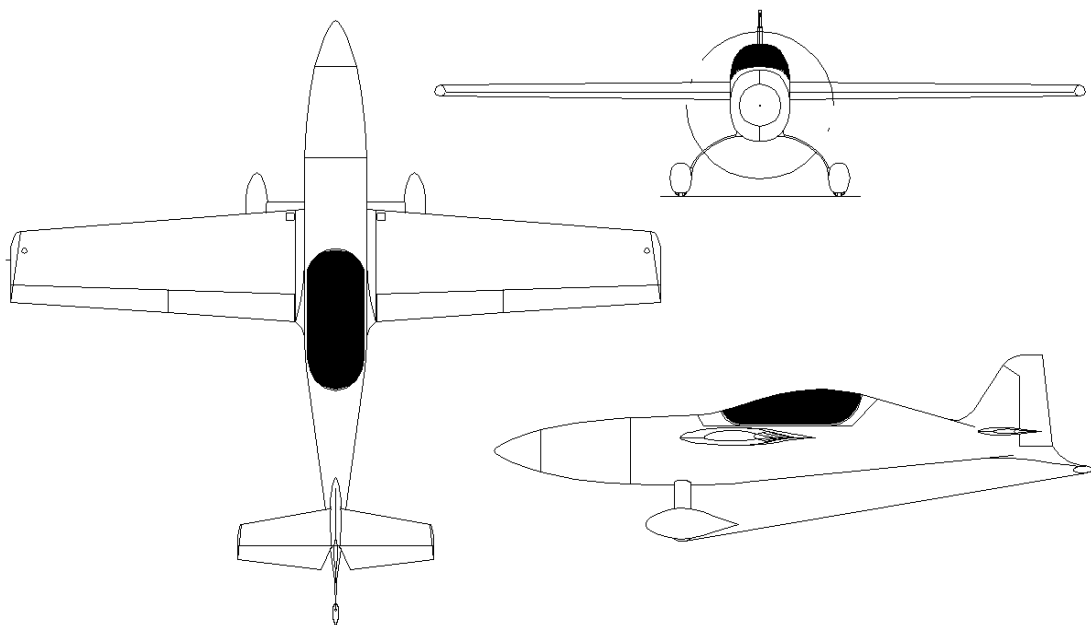
O diagrama de rajada é determinado de acordo com os fatores de carga de rajada calculados para as velocidades  $V_B$ ,  $V_C$ ,  $V_D$ . Assim, suas fronteiras são definidas através de linhas que ligam o ponto de velocidade zero e fator de carga unitário até as referidas velocidades e seus respectivos fatores de carga de rajada.

O procedimento tradicional para calcular estes fatores de carga, ainda utilizado no regulamento *FAR Part-23*, foi reescrito e substituído pela obrigatoriedade de uma análise dinâmica no regulamento *FAR Part-25*. Assim, de acordo com o *FAR Part-25* não é mais necessária a construção de um diagrama V-n de rajada, conforme era previsto anteriormente pelo parágrafo 333(c).

## 3.6 EXERCÍCIOS

### 3.6.1 EXERCÍCIO 1

Determinar o diagrama V-n de manobra e de rajada da aeronave *CEA-308* para suas diversas condições de operação.



**Figura 9 - Três Vista da aeronave CEA-308**

### 3.6.1.1 ESPECIFICAÇÕES DA AERONAVE

#### Dimensões e áreas

|  |                     |
|--|---------------------|
| Envergadura                                      | 5.76 m              |
| Comprimento da fuselagem                         | 4.86 m              |
| Altura da cabine                                 | 0.80 m              |
| Largura da cabine                                | 0.55 m              |
| Altura da empenagem vertical                     | 1.20 m              |
| Envergadura do empenagem horizontal              | 1.73 m              |
| Área alar  | 4.74 m <sup>2</sup> |
| Área da empenagem horizontal                     | 0.75 m <sup>2</sup> |
| Área da empenagem vertical                       | 0.41 m <sup>2</sup> |
| Alongamento                                      | 7.00                |
| Enflechamento na espessura máxima (40% da corda) | 0°                  |
| Incidência na raiz da asa                        | 0°                  |
| Torção geométrica                                | 0°                  |
| Diedro   | 0°                  |

#### Perfis

|                      |                            |
|----------------------|----------------------------|
| Raiz da asa          | NACA 66 <sub>2</sub> - 215 |
| Ponta da asa         | NACA 65 <sub>2</sub> - 415 |
| Empenagem vertical   | NACA 64 <sub>1</sub> - 012 |
| Empenagem horizontal | NACA 64 <sub>1</sub> - 012 |

#### Deflexões das superfícies de controle

|         |                |
|---------|----------------|
| Ailerão | 30° para cima  |
|         | 20° para baixo |
| Flaps   | 45° para baixo |

|                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| Leme                      | 30° para o lado direito  |
|                           | 30° para o lado esquerdo |
| Profundor                 | 30° para cima            |
|                           | 20° para baixo           |
| <u>Desempenho</u>         |                          |
| Velocidade de estol       | c/ flaps: 83 Km/h        |
|                           | s/ flaps: 100 Km/h       |
| Velocidade de cruzeiro    | 307 Km/h                 |
| Velocidade máxima         | 355 Km/h                 |
| Razão de subida máxima    | 6.67 m/s                 |
| Relação de planeio máxima | 17/1                     |
| Corrida de pouso          | 155 m                    |
| Corrida de decolagem      | 200 m                    |
| Alcance (@ 170 km/h)      | 3627 km                  |
| Autonomia (@ 210 km/h)    | 6.3 h                    |
| <u>Pesos</u>              |                          |
| Peso Vazio                | 175 kg                   |
| Carga útil                | 125 kg                   |
| Peso total                | 300 kg                   |
| Peso combustível          | 43 kg                    |
| Carga alar máxima         | 63.3 kg/m <sup>2</sup>   |
| Fatores de carga limite   | +6.0 / -3.0              |

Grupo motopropulsor

|                         |                   |
|-------------------------|-------------------|
| Motor                   | ROTAX 532         |
| Potência (SAE)          | 64 HP a 6500 rpm  |
| Peso                    | 54 kg             |
| Relação peso / potência | 0.84 kg/hp        |
| Relação potência / peso | 1.18 hp/kg        |
| Consumo médio           | 20 l/h            |
| Hélice                  | CEA/Madeira 50X70 |
| Número de pás           | 2                 |
| Diâmetro                | 1.27 m            |

3.6.1.2 VELOCIDADE DE CRUZEIRO ( $V_C$ )

A velocidade de cruzeiro de uma aeronave pode ser estabelecida seguindo os requisitos apresentados pelo parágrafo JAR-VLA 335(a).

1. A velocidade de cruzeiro não pode ser menor que  $2.4\sqrt{(M \cdot g)/S}$

Para o presente caso tem-se que:

$$V_C > 2.4\sqrt{(300 \cdot 9.81)/4.74} \Rightarrow V_C > 59.80 \text{ m/s} = 215.0 \text{ km/h}$$

2. A velocidade de cruzeiro não deve exceder 90% da velocidade máxima nivelada

Para o presente projeto, dos Cálculos de Desempenho, tem-se que a velocidade máxima nivelada é de 98.6 m/s, assim:

$$V_C < 0.9 \cdot 98.9 \Rightarrow V_C < 88.74 \text{ m/s} = 319.5 \text{ km/h}$$

Adotar-se-á então, para o presente projeto, como calculado no capítulo "Cálculo de Desempenho":

$$V_C = 85 \text{ m/s} = 306 \text{ km/h}$$

### 3.6.1.3 VELOCIDADE NUNCA EXCEDIDA EM MERGULHO ( $V_D$ )

A velocidade Nunca Excedida em mergulho de uma aeronave pode ser estabelecida seguindo os requisitos apresentados pelo parágrafo JAR-VLA 335(b).

1. A velocidade nunca excedida em mergulho não deve ser menor que 125% da velocidade de cruzeiro

Para o presente caso tem-se:

$$V_D > 1.25 \cdot V_C \Rightarrow V_D > 106.3 \text{ m/s} = 382.6 \text{ km/h}$$

2. A velocidade nunca excedida em mergulho não deve ser menor que 140% do limite inferior estabelecido para a velocidade de cruzeiro (JAR-VLA 335 (a)-1).

Para o presente projeto, este limite seria:

$$V_D > 1.4 \cdot V_{C_{\min}} \Rightarrow V_D > 83.7 \text{ m/s} = 301.4 \text{ km/h}$$

Adotar-se-á para o presente projeto então:

$$V_D = 106 \text{ m/s} = 382 \text{ km/h}$$

### 3.6.1.4 VELOCIDADE DE MANOBRA ( $V_A$ )

A velocidade de manobra de uma aeronave pode ser estabelecida seguindo os requisitos apresentados pelo parágrafo JAR-VLA 335(c).

1. A velocidade de manobra não deve ser menor que  $V_S \sqrt{n}$ , sendo  $V_S$  a velocidade de estol sem flapes com a aeronave em peso de projeto e  $n$  o fator de carga máximo definido para o projeto.

Para a presente aeronave, a velocidade de estol nesta configuração foi determinada no capítulo "Definição da perfilagem e área da asa", sendo igual a 27.8

m/s (100 km/h). O fator de carga máximo a ser utilizado (ver comentários posteriores) é de 6.0 (categoria acrobática). Desta forma, tem-se que:

$$V_A > 27.8\sqrt{6} \Rightarrow V_A > 68.2 \text{ m/s} = 245.2 \text{ km/h}$$

2. A velocidade de manobra não deve exceder a velocidade de cruzeiro.

Tem-se então que:

$$V_A < V_C \Rightarrow V_A < 85.0 \text{ m/s}$$

Desta forma, adotar-se-á, para o presente projeto:

$$V_A = 68.2 \text{ m/s} = 245.2 \text{ km/h}$$

### 3.6.1.5 VELOCIDADE MÁXIMA DE OPERAÇÃO COM FLAPES

A velocidade máxima de operação com flapes pode ser estabelecida seguindo os requisitos apresentados pelo parágrafo JAR-VLA 345(b).

*A velocidade máxima de operação com flapes deve ser maior que  $1.4V_S$  ou  $1.8V_{SF}$  sendo  $V_S$  a velocidade de estol sem flapes e  $V_{SF}$  a velocidade de estol com flapes.*

Para o presente projeto, estas velocidades são  $V_S = 27.8 \text{ m/s}$  e  $V_{SF} = 23.6 \text{ m/s}$ .

Desta forma, a velocidade máxima de operação com flapes será:

$$V_F = 42.5 \text{ m/s} = 153 \text{ km/h}$$

### 3.6.1.6 FATORES DE CARGA DE MANOBRA

Os requisitos JAR-VLA indicam que os fatores de carga de manobra mínimos para aeronaves que se enquadram em suas especificações são de +3.8 e -1.5 (JAR-VLA 337) e que quando em operação com flapes o limite de carga máximo será de 2.0 (JAR-VLA 345 (a)1).

Entretanto, para operações acrobáticas este requisito propõe que os fatores de carga sejam +6.0 e -3.0 (JAR-VLA A13 Tabela 1).

Desta forma os fatores de carga de manobra para a presente aeronave serão:

$$n = + 6.0 ; -3.0$$

### 3.6.1.7 FATORES DE CARGA DE RAJADA

Os fatores de carga de rajada pode ser calculados segundo o requisito JAR-VLA (JAR-VLA 341) segundo a seguinte expressão:

$$n = 1 \pm \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot a \cdot K_g \cdot U_{de} \cdot S}{(M \cdot g)}$$

sendo:  $K_g$  o fator de alívio de rajada igual a  $K_g = \frac{0.88 \cdot \mu_g}{5.3 + \mu_g}$  e;

$m_g$  o fator de massa da aeronave igual a  $\mu_g = \frac{2 \cdot (M/S)}{\rho \cdot \bar{c} \cdot a}$  e;

$U_{de}$  a velocidade de rajada

O valor de "a" (variação do coeficiente de sustentação da aeronave com o ângulo de ataque da mesma), deve ser um valor médio. Do capítulo "Cálculos Aerodinâmicos" tem-se que:

|                            | $C_L$  | $\alpha$               |
|----------------------------|--------|------------------------|
| para velocidade de 35 m/s  | 0.8267 | 10.89 ° (0.19006 rad)  |
| para velocidade de 100 m/s | 0.1013 | -0.53 ° (-0.00925 rad) |

Desta forma:

$$a \cong 3.6395 \text{ rad}^{-1}$$

Assim:

$$\mu_g = \frac{2 \cdot (300/4.74)}{1.225 \cdot 0.84 \cdot 3.6395} = 33.80$$

$$K_g = \frac{0.88 \cdot 33.80}{5.3 + 33.80} = 0.7607$$

$$n = 1 \pm \frac{\frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot V \cdot 3.6395 \cdot 0.7607 \cdot U_{de} \cdot 4.74}{(300 \cdot 9.81)} = 1 \pm 0.00273 \cdot V \cdot U_{de}$$

Os requisitos JAR-VLA impõem que tais fatores devem ser calculados para duas condições de vôo; (i) em velocidade de cruzeiro e (ii) em velocidade nunca excedida em mergulho. Sendo que as velocidades de rajada devem ser de 15.24 m/s para vôo em velocidade de cruzeiro (JAR-VLA 333 (c)1i) e 7.62 m/s para vôo em velocidade nunca excedida em mergulho (JAR-VLA 333 (c)1ii).

Para o presente projeto os fatores de carga devido a rajada serão então conforme a Tabela 5:

**Tabela 5 - Fatores de carga devido a rajada**

|                        |             |                             |             |
|------------------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Velocidade de cruzeiro | V = 85 m/s  | U <sub>de</sub> = 15.24 m/s | n = 4.5364  |
|                        |             |                             | n = -2.5364 |
| Velocidade de mergulho | V = 106 m/s | U <sub>de</sub> = 7.62 m/s  | n = 3.2050  |
|                        |             |                             | n = -1.2050 |

### 3.6.1.8 CURVAS DE VÔO COM COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO MÁXIMO

As curvas de vôo com coeficiente de sustentação máximo são obtidas de:

$$n \cdot W = L = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_L$$

$$n = \frac{\rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{L_{\max}}}{2 \cdot W}$$



Desta forma, ter-se-á duas situações a serem consideradas: (i) vôo sem flape e (ii) vôo com flape. Do capítulo "Determinação da Perfilagem e Área da Asa", tem-se que:

$$C_{Lmax}|_{limpo} = 1.312 \quad e \quad C_{Lmax}|_{flape} = 1.809$$

Assim, ter-se-á:

$$n|_{limpo} = \frac{0.125 \cdot 4.74 \cdot V^2 \cdot 1.312}{2 \cdot 300} = 0.00129 \cdot V^2$$

$$n|_{flape} = \frac{0.125 \cdot 4.74 \cdot V^2 \cdot 1.809}{2 \cdot 300} = 0.00178 \cdot V^2$$

### 3.6.1.9 DIAGRAMA V-N

O diagrama V-n da presente aeronave será então conforme a Figura 10.

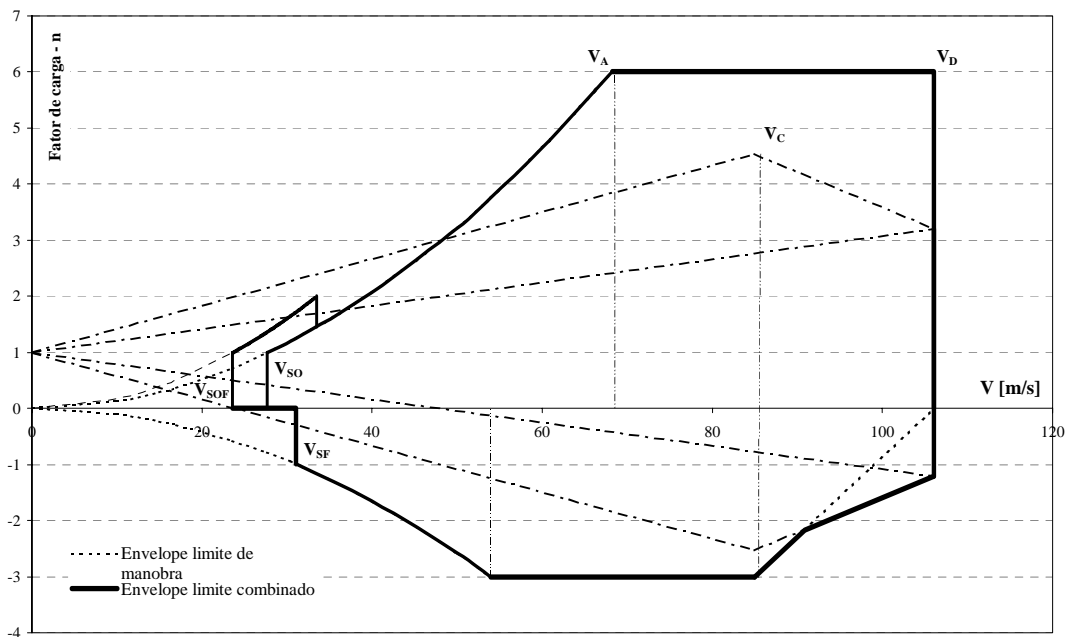


Figura 10 - Diagrama V-n

### 3.6.2 EXERCÍCIO 2

Determinar o diagrama V-n de manobra e de rajada da aeronave *EMB-312 Tucano* (acrobático) com flape e trem de pouso recolhido, voando ao nível do mar:

|   |                           |
|---|---------------------------|
| ◆ <i>Maximum Takeoff Weight</i>           | <i>3175kg</i>             |
| ◆ <i>Maximum Landing Weight</i>           | <i>2800kg</i>             |
| ◆ <i>Maximum Zero Fuel Weight</i>         | <i>2050kg</i>             |
| ◆ <i>Empty Weight</i>                     | <i>1870kg</i>             |
| ◆ <i>Velocidade de estol com 1800kg</i>   | <i>60kias</i>             |
| ◆ <i>Velocidade de estol com 3200kg</i>   | <i>80kias</i>             |
| ◆ <i>Envergadura</i>                      | <i>11.14m</i>             |
| ◆ <i>Área alar</i>                        | <i>19.40m<sup>2</sup></i> |
| ◆ <i>Velocidade de cruzeiro @ 10000ft</i> | <i>222kias</i>            |

Verificar os resultados obtidos com o item 335(4) do regulamento.

### 3.6.3 EXERCÍCIO 3

Apresentar, sobre um diagrama V-n qualquer, os efeitos da altitude e da compressibilidade do ar sobre suas fronteiras.

## 4 MANOBRAS

### 4.1 MANOBRAS SIMÉTRICAS - ARFAGEM

Entende-se por manobras simétricas: *Manobras que acontecem em relação ao eixo transversal o avião, fazendo com que somente a sustentação e o ângulo de arfagem sofram variações.*

As considerações principais são:

- A velocidade e o número de Mach não se alteram durante a manobra;
- Perturbações de rolagem e guinada da aeronave são desprezadas ou assumidas como nulas durante a manobra.

#### 4.1.1 CARGAS DE EQUILÍBRIO

Condições de equilíbrio são aquelas nas quais a aceleração de arfagem da aeronave é desprezível ou considerada nula. Desta forma observa-se que a aeronave não precisa estar voando reto e nivelada para que esteja em condição de equilíbrio. Sendo assim, condições de voo que aparentemente são manobras podem ser analisadas sobre o ponto de vista de equilíbrio, por exemplo:

- *Wind-up turn*, mesmo que a aeronave esteja sujeita a uma aceleração lateral;
- *Roller-coaster (montanha russa) maneuver*, desde que a aceleração de arfagem seja pequena.

##### 4.1.1.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Admitindo que as forças normais e axiais na aeronave são iguais as forças de sustentação e arrasto, respectivamente, e considerando os momentos aerodinâmicos da aeronave como sendo a soma do momento aerodinâmico da aeronave sem empenagem

horizontal mais o momento da empenagem horizontal, pode-se escrever as equações de equilíbrio de forças verticais e momentos para uma aeronave em vôo equilibrado, de acordo com o diagrama de corpo livre apresentado na Figura 1.

$$L + L_t = n_z W$$

$$M_{0.25} + n_z W \cdot x_a + n_x W \cdot z_a = L_t \cdot x_t - D_t \cdot z_t - M_t - T_{eng} \cdot z_e$$

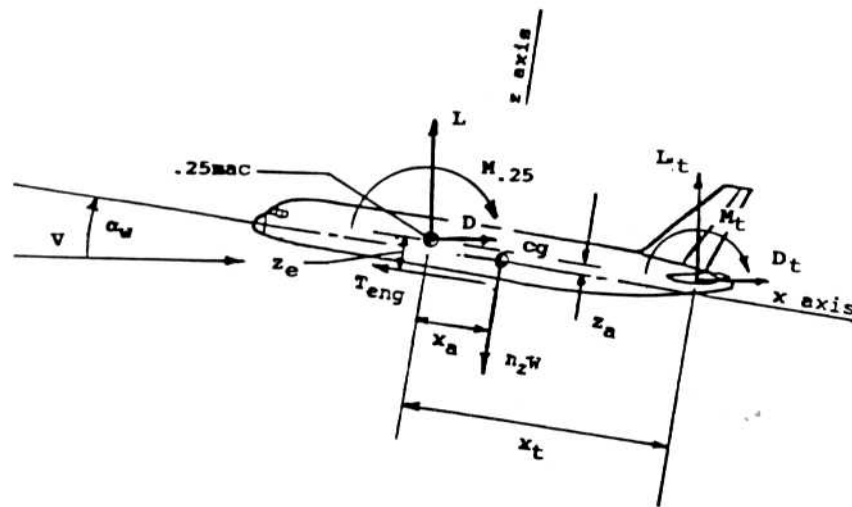


Figura 1 – Diagrama de corpo livre da aeronave em equilíbrio Lomax(1996)

Definindo as seguintes relações:

$$x_a = (CG - 0.25)c_w$$

$$L_a = L + L_t = n_z W \Rightarrow C_{La} = \frac{n_z W}{q \cdot S_w}$$

$$M_{0.25} = C_{M0.25} \cdot q \cdot S_w \cdot c_w$$

Pode-se escrever a força na empenagem horizontal em termos dos coeficientes aerodinâmicos como:

$$L_t = \left[ (CG - 0.25)C_{La} + C_{M0.25} \right] \cdot \frac{q \cdot S_w \cdot c_w}{x_t} + \frac{M_t + D_t \cdot z_t + T_{eng} \cdot z_e + n_x \cdot W \cdot z_a}{x_t}$$

Sendo que o último termo da equação pode ser desconsiderado pois sua contribuição para a determinação da força na empenagem horizontal é mínima. Este fato pode ser observado na comparação apresentada na Tabela 1.

**Tabela 1 – Comparação entre as cargas de equilíbrio calculadas pela equação completa e a equação simplificada**

| Condição                        | Manobra positiva<br>CG dianteiro | Manobra negativa<br>CG dianteiro | Manobra positiva<br>CG traseiro |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| $n_z$                           | 2.5                              | -1.0                             | 2.5                             |
| W[lb]                           | 297000                           | 297000                           | 324000                          |
| $x_i$ [in]                      | 1000                             | 1000                             | 1000                            |
| <b>Solução simplificada</b>     |                                  |                                  |                                 |
| $L_t$ [lb]                      | -38000                           | -12000                           | 32000                           |
| L[lb]                           | 780500                           | -285000                          | 778000                          |
| <b>Solução completa</b>         |                                  |                                  |                                 |
| $L_t$ [lb]                      | -35350                           | -16120                           | 31850                           |
| L[lb]                           | 777750                           | -280880                          | 778150                          |
| $M_t$ [ $10^6$ in.lb]           | 2.75                             | -4.12                            | -0.15                           |
| <b>Comparação</b>               |                                  |                                  |                                 |
| $L_{simplificada}/L_{completa}$ | 1.004                            | 1.015                            | 1.000                           |

#### 4.1.1.2 EXEMPLO

Calcular os coeficientes aerodinâmicos da aeronave com as seguintes características, durante o vôo equilibrado com fatores de carga verticais iguais a 1, +6 e -3.

**Tabela 2 – Coeficientes aerodinâmicos da asa**

| $\alpha_w$ [°] | $C_{Lw}$ | $C_{Dw}$ | $C_{Mac}$ |
|----------------|----------|----------|-----------|
| 13.6           | 1.34     | 0.161    | -0.015    |
| 8              | 0.97     | 0.062    | -0.015    |
| 4              | 0.66     | 0.032    | -0.015    |
| 0              | 0.32     | 0.014    | -0.015    |
| -4             | 0.02     | 0.011    | -0.015    |
| -8             | -0.30    | 0.022    | -0.015    |
| -12            | -0.62    | 0.041    | -0.015    |
| -17            | -0.96    | 0.098    | -0.015    |

Asa retangular, corda de  $1.295m$ , envergadura de  $7.53m$ , torção aerodinâmica nula, perfil *NACA 4415*, torção geométrica nula, incidência de  $2^\circ$ .

Coefficiente de arrasto da aeronave com exceção da asa (aplicado no centro aerodinâmico do conjunto asa-fuselagem):

$$C_{Di} + C_{Df} = 0.033$$

Momento de arfagem da aeronave sem a empenagem horizontal, em relação a  $0.25c_w$ :

$$C_{Mf} = -0.0007 + 0.0022 \cdot \alpha [^\circ]$$

A posição do centro aerodinâmico da asa (conjunto asa-fuselagem) e do centro aerodinâmico da empenagem horizontal, em relação ao centro de gravidade da aeronave, são definidas de acordo com a Tabela 3.

**Tabela 3 – Posição dos centros aerodinâmicos – em relação ao centro de gravidade da aeronave**

|       | <b>Posição A<br/>CG dianteiro</b> | <b>Posição B<br/>CG traseiro</b> |
|-------|-----------------------------------|----------------------------------|
| $x_w$ | $-0.09m$                          | $-0.022m$                        |
| $z_w$ | $-0.153m$                         | $-0.171m$                        |
| $x_t$ | $3.348m$                          | $3.235m$                         |

Para resolver este problema é conveniente alterar a equação de equilíbrio para que a mesma seja referenciada em relação ao centro de gravidade da aeronave (pois os braços são fornecidos em relação ao centro de gravidade), assim:

$$C_{zt} = \frac{I}{x_t} \left( + C_{zw} \cdot x_w + C_{xwb} \cdot z_w - C_{Mac} \cdot \bar{c} - C_{Mf} \cdot \bar{c} \right)$$

Sendo:

$$C_{zw} = C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha$$

$$C_{xw} = -C_L \text{sen } \alpha + C_D \text{cos } \alpha$$

Substituindo os valores de coeficientes de arrasto e momento, bem como os braços, tem-se:

$$C_{z_t} = \frac{I}{x_t} \left[ \begin{array}{l} (C_L \text{cos } \alpha + (C_D + C_{Df}) \text{sen } \alpha) \cdot x_w + (-C_L \text{sen } \alpha + (C_D + C_{Df}) \text{cos } \alpha) \cdot z_w \\ -C_{Mac} \cdot \bar{c} - C_{Mf} \cdot \bar{c} \end{array} \right]$$

$$C_{z_t} = \frac{I}{x_t} \left[ \begin{array}{l} (C_L \text{cos } \alpha + (C_D + 0.033) \text{sen } \alpha) \cdot x_w + (-C_L \text{sen } \alpha + (C_D + 0.033) \text{cos } \alpha) \cdot z_w \\ -(-0.015) \cdot 1.295 - (-0.0007 + 0.0022\alpha) \cdot 1.295 \end{array} \right]$$

Para a posição A do centro de gravidade tem-se:

$$C_{z_t} = \frac{I}{3.348} \left[ \begin{array}{l} (C_L \text{cos } \alpha + (C_D + 0.033) \text{sen } \alpha) \cdot (-0.09) \\ + (-C_L \text{sen } \alpha + (C_D + 0.033) \text{cos } \alpha) \cdot (-0.153) \\ -(-0.015) \cdot 1.295 - (-0.0007 + 0.0022\alpha) \cdot 1.295 \end{array} \right]$$

Para a posição B do centro de gravidade tem-se:

$$C_{z_t} = \frac{I}{3.23} \left[ \begin{array}{l} (C_L \text{cos } \alpha + (C_D + 0.033) \text{sen } \alpha) \cdot (-0.022) \\ + (-C_L \text{sen } \alpha + (C_D + 0.033) \text{cos } \alpha) \cdot (-0.171) \\ -(-0.015) \cdot 1.295 - (-0.0007 + 0.0022\alpha) \cdot 1.295 \end{array} \right]$$

**O resultados destas equações são apresentadas na Tabela 4, na**

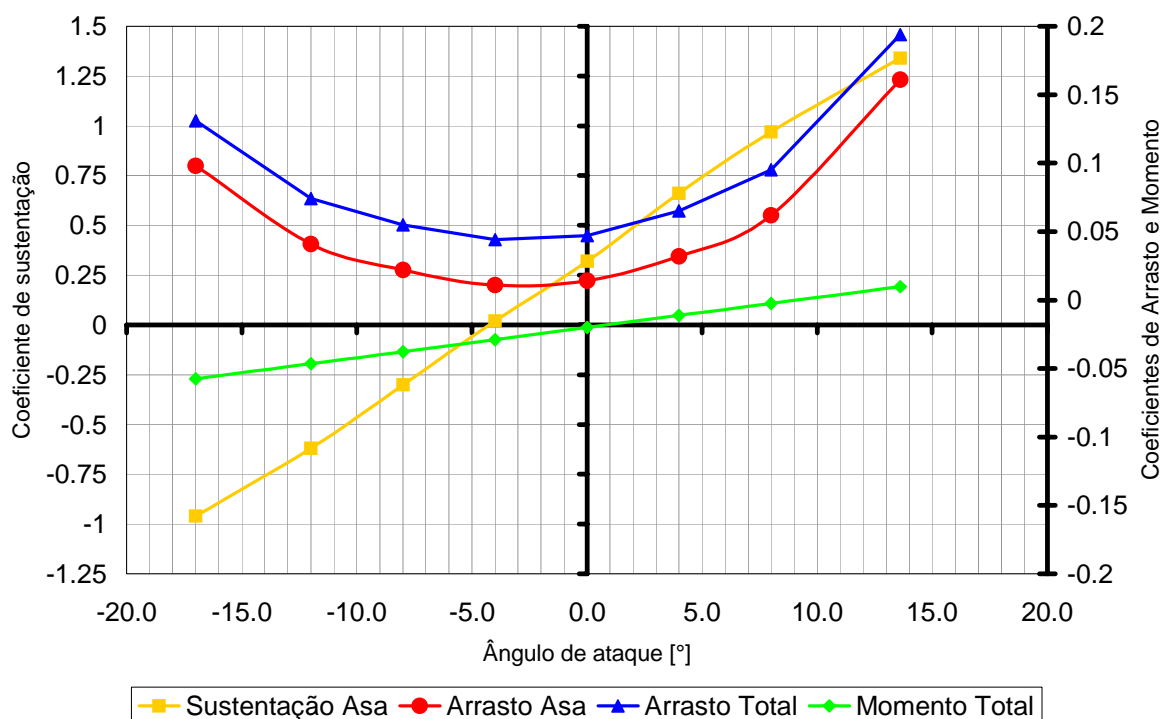
Tabela 5, na Figura 2, e na Figura 3.

**Tabela 4 – Resultados – Coeficientes aerodinâmicos**

| $\alpha_w$ | $\alpha$ | $C_L$ | $C_D$ | $C_{Mac}$ | $C_{Df}$ | $C_{Mf}$ | $C_{Dtotal}$ | $C_{Mtotal}$ |
|------------|----------|-------|-------|-----------|----------|----------|--------------|--------------|
| 13.6       | 11.6     | 1.34  | 0.161 | -0.015    | 0.033    | 0.02482  | 0.194        | 0.00982      |
| 8          | 6        | 0.97  | 0.062 | -0.015    | 0.033    | 0.0125   | 0.095        | -0.0025      |
| 4          | 2        | 0.66  | 0.032 | -0.015    | 0.033    | 0.0037   | 0.065        | -0.0113      |
| 0          | -2       | 0.32  | 0.014 | -0.015    | 0.033    | -0.0051  | 0.047        | -0.0201      |
| -4         | -6       | 0.02  | 0.011 | -0.015    | 0.033    | -0.0139  | 0.044        | -0.0289      |
| -8         | -10      | -0.3  | 0.022 | -0.015    | 0.033    | -0.0227  | 0.055        | -0.0377      |
| -12        | -14      | -0.62 | 0.041 | -0.015    | 0.033    | -0.0315  | 0.074        | -0.0465      |
| -17        | -19      | -0.96 | 0.098 | -0.015    | 0.033    | -0.0425  | 0.131        | -0.0575      |

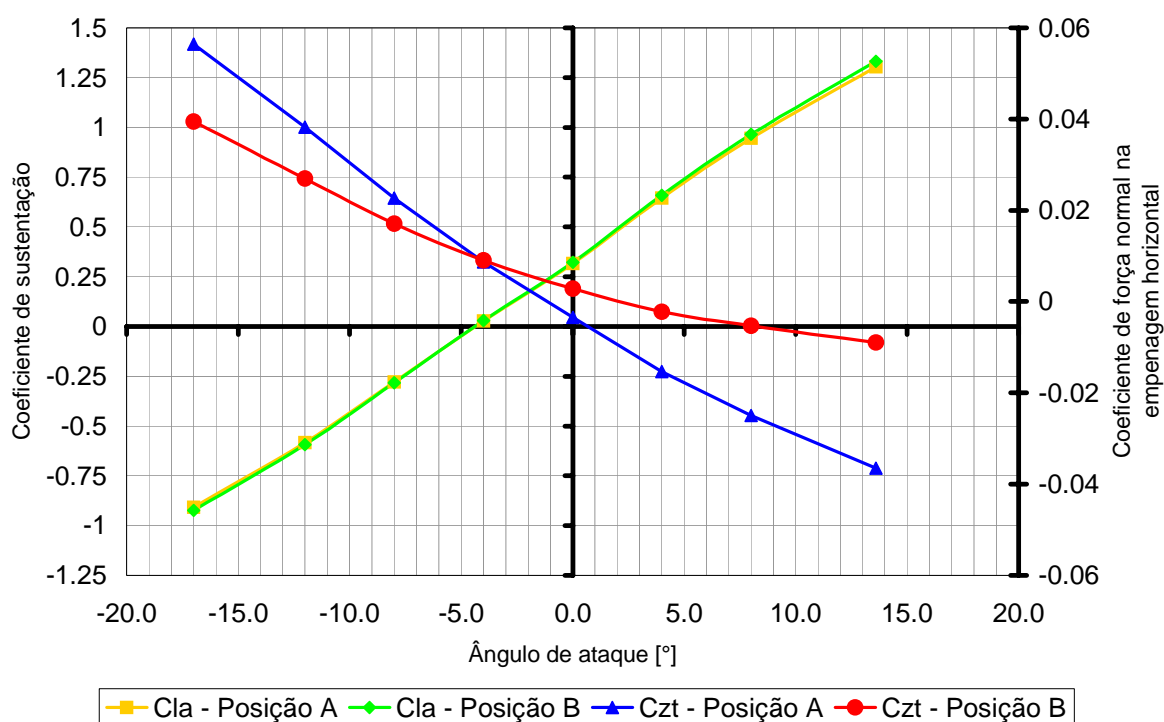
**Tabela 5 – Resultados – Coeficientes aerodinâmicos de equilíbrio**

| $C_{Z_t}(\text{diant.})$ | $C_{Z_t}(\text{tras.})$ | $C_{L_t}(\text{diant.})$ | $C_{L_t}(\text{tras.})$ | $C_{L_a}(\text{diant.})$ | $C_{L_a}(\text{tras.})$ |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| -0.0365                  | -0.00893                | -0.03576                 | -0.00874                | 1.304242                 | 1.331257                |
| -0.02492                 | -0.00526                | -0.02478                 | -0.00523                | 0.94522                  | 0.964767                |
| -0.01534                 | -0.00219                | -0.01533                 | -0.00219                | 0.644672                 | 0.657808                |
| -0.00344                 | 0.002809                | -0.00343                 | 0.002808                | 0.316567                 | 0.322808                |
| 0.008672                 | 0.009041                | 0.008625                 | 0.008992                | 0.028625                 | 0.028992                |
| 0.022686                 | 0.017056                | 0.022342                 | 0.016797                | -0.27766                 | -0.2832                 |
| 0.038212                 | 0.02696                 | 0.037077                 | 0.026159                | -0.58292                 | -0.59384                |
| 0.05641                  | 0.039454                | 0.053337                 | 0.037305                | -0.90666                 | -0.9227                 |



**Figura 2 – Coeficientes aerodinâmicos da aeronave**





**Figura 3 – Coeficientes aerodinâmicos de equilíbrio da aeronave**

### EXERCÍCIO

Efetuar os cálculos para os outros fatores de carga e analisar as diferenças entre os resultados obtidos e os resultados apresentados.

Repetir este exercício fazendo os cálculos sem corrigir as forças de sustentação e arrasto para forças normais e axiais e comparar os resultados obtidos com os resultados apresentados aqui.

#### 4.1.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DE ARFAGEM

Assumindo que:

- A velocidade da aeronave permanece constante ao longo da manobra e;
- A altitude da aeronave permanece constante ao longo da manobra.

Tem-se que as equações de movimento de translação ao longo do eixos  $z$  e de rotação em relação ao eixo  $y$  da aeronave, são:

$$\ddot{Z} = Z_{\alpha}\Delta\alpha + Z_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + Z_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + Z_{\delta_e}\delta_e$$

$$\ddot{\theta} = M_{\alpha}\Delta\alpha + M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + M_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + M_{\delta_e}\delta_e$$

sabendo que:

$$\ddot{Z} = V(\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \Rightarrow \Delta n_z = \frac{V(\dot{\alpha} - \dot{\theta})}{g}$$

tem-se:

$$\dot{\alpha} = \frac{[Z_{\alpha}\Delta\alpha + (V + Z_{\dot{\theta}})\dot{\theta} + Z_{\delta_e}\delta_e]}{(V - Z_{\dot{\alpha}})}$$

$$\ddot{\theta} = M_{\alpha}\Delta\alpha + M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + M_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + M_{\delta_e}\delta_e$$

que podem ser solucionadas numericamente (por exemplo, pelo método de diferenças finitas), a partir das derivadas de estabilidade da aeronave, de forma a determinar o *time-history* do fator de carga na aeronave e outros parâmetros como: ângulo de arfagem, velocidade de arfagem e ângulo de ataque.

A maior dificuldade de resolver este sistema de equação não é o desenvolvimento de sua solução, sobretudo numérica, mas sim, a determinação dos coeficientes aerodinâmicos e de estabilidade necessários. Para tanto, recomenda-se a seguinte bibliografia:

**Etkin, B.**, “*Dynamics of Flight Stability and Control*”, Wiley and Sons, New York, 1959.

**Pearson, H.A.**, “*Derivation of Charts for Determining the Horizontal Tail Load Variations with any Elevator Motion*”, NACA Report 759, November, 1942.

**Pearson, H.A.**, **McGowan, W.A.**, **Donegan, J.J.**, “*Horizontal Tail Loads in Maneuvering Flight*”, NACA Report 1007, February, 1950.

#### 4.1.3 ARFAGEM ABRUPTA NÃO CORRIGIDA

A norma *FAR-Part 25* em seu parágrafo 331(c) especifica que a aeronave deve ser submetida a uma manobra de arfagem abrupta não corrigida quando voando na velocidade de

manobra ( $V_A$ ). Esta manobra trata-se da deflexão máxima do profundor na velocidade de manobra, sem retornar o comando à posição neutra. Deve-se considerar os limites de força do piloto para promover esta manobra, bem como os limites de deflexão do profundor. As cargas que ocorrem na aeronave após a execução da manobra que excedam os limites de fator de carga não devem ser consideradas.

O *Part 25* especifica somente que o comportamento dinâmico da aeronave deve ser analisado para a determinação das cargas na empenagem horizontal. Outros requisitos, como o *JAR-VLA* e o *Part 23* além de preverem a execução desta manobra também oferecem artifícios para a determinação destas cargas sem a necessidade de efetuar a análise dinâmica do movimento.

A questão que fica ainda indefinida é a forma do movimento do profundor durante a execução da manobra. Dos ensaios em vôo de diversas aeronaves de transporte à jato observou-se que o movimento do profundor ocorre de acordo com uma curva em *S*, isto é no início e no final da manobra a variação de deflexão em relação ao tempo tendem à zero.

Na realidade do cálculo de cargas, dois tipos de deflexão de profundor podem ser utilizadas:

- Tipo rampa
- Tipo exponencial

Exemplos de análise de arfagem abrupta não corrigida com deflexão do profundor do tipo rampa e exponencial são apresentadas na Figura 4 e na Figura 5.

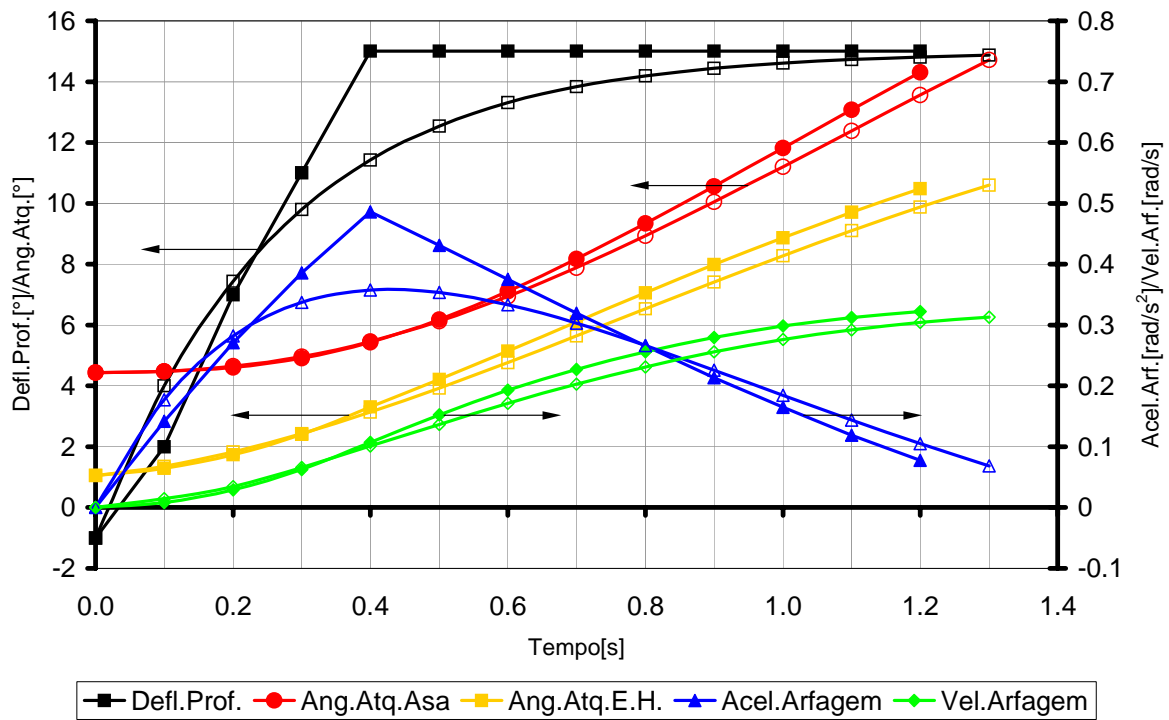


Figura 4 – Resposta da aeronave

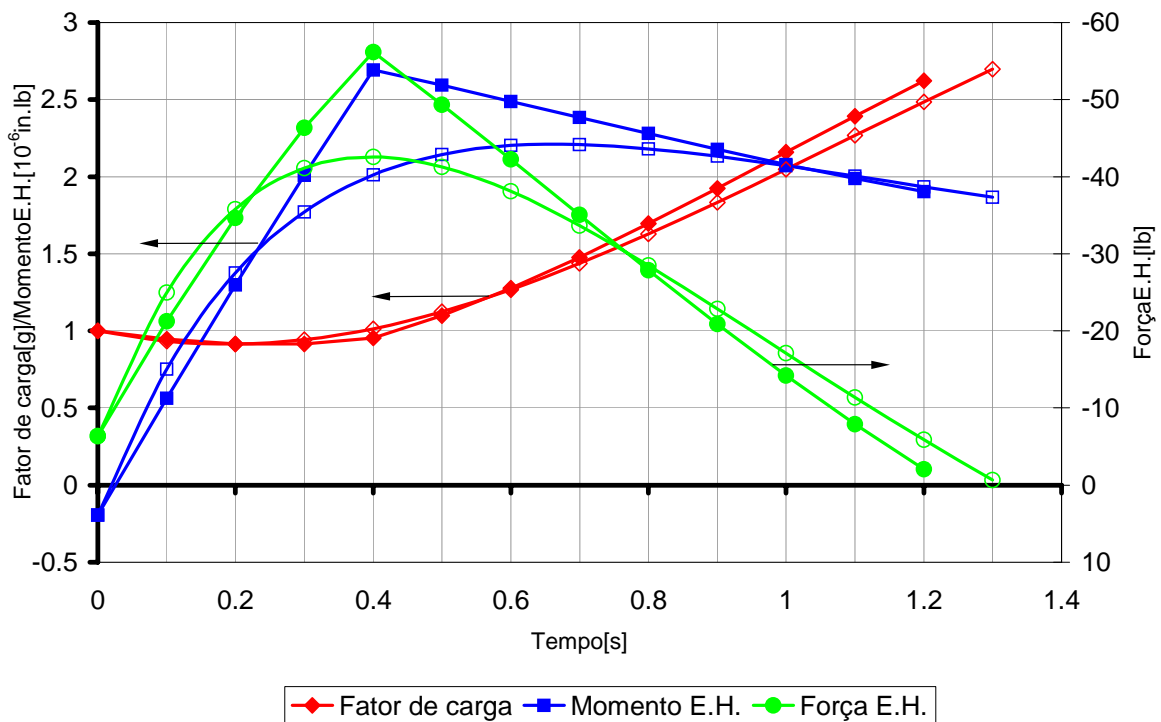


Figura 5 – Cargas na empennagem horizontal

Durante a análise da Figura 4 e da Figura 5 deve-se observar:

- Diferenças entre os resultados para deflexão do profundor tipo rampa e tipo exponencial, sobretudo na carga da empenagem horizontal.
- Defasagem entre a ocorrência do fator de carga máximo e a carga máxima na empenagem horizontal.
- Coerência entre a ocorrência da carga máxima na empenagem horizontal e aceleração de arfagem máxima.
- Coerência entre o aumento do ângulo de ataque da asa e o fator de carga da aeronave.

#### 4.1.4 ARFAGEM ABRUPTA CORRIGIDA

A norma *FAR-Part 25* em seu parágrafo *331(c)* especifica que a aeronave deve ser submetida a uma manobra de arfagem abrupta corrigida quando voando em velocidades entre a velocidade de manobra ( $V_A$ ) e a velocidade de mergulho ( $V_D$ ).

Esta manobra trata-se da deflexão do profundor, de forma racional, até alcançar (sem exceder) o fator de carga máximo da aeronave estabelecido no parágrafo *337*. Esta deflexão (racional) ocorre, na maioria das vezes, através de um perfil senoidal, sendo o retorno da deflexão do profundor do ponto de máxima deflexão extremamente importante para que não se ultrapasse o fator de carga máximo da aeronave. Após a obtenção do fator de carga máximo da aeronave o profundor deve defletir de forma a levar a aeronave novamente a condição de voo equilibrado.

Em geral a deflexão do profundor deve ser da forma:

$$\delta_e = \delta_{e0} \text{ sen } \omega t$$

onde  $\delta_e$  denota a deflexão do profundor;  $\delta_{e0}$  a deflexão do profundor necessária para obter o fator de carga máximo e  $\omega$  a razão de deflexão do profundor que deve ser igual a frequência natural não amortecida do movimento de arfagem de corpo rígido de curto período

da aeronave, mas não menor que  $(\pi V_e)/(2V_A)$ , onde  $V_e$  e  $V_A$  são a velocidade de análise e a velocidade de manobra, respectivamente.

A frequência natural não amortecida do movimento de arfagem de corpo rígido de curto período, em termos das derivadas aerodinâmicas da aeronave pode ser escrita como:

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{Z_\alpha M_{\dot{\theta}}}{V}\right) - M_\alpha}$$

Um exemplo de análise de arfagem abrupta corrigida com deflexão do profundor do tipo senoidal é apresentado na Figura 6 e na Figura 7.

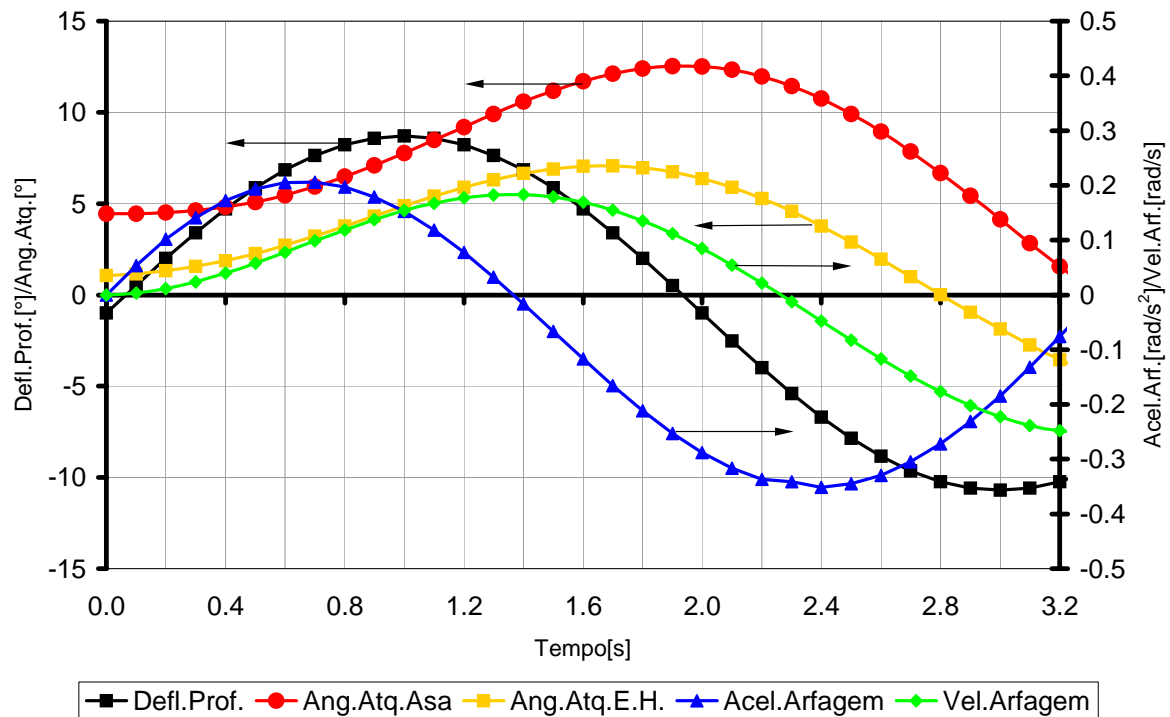
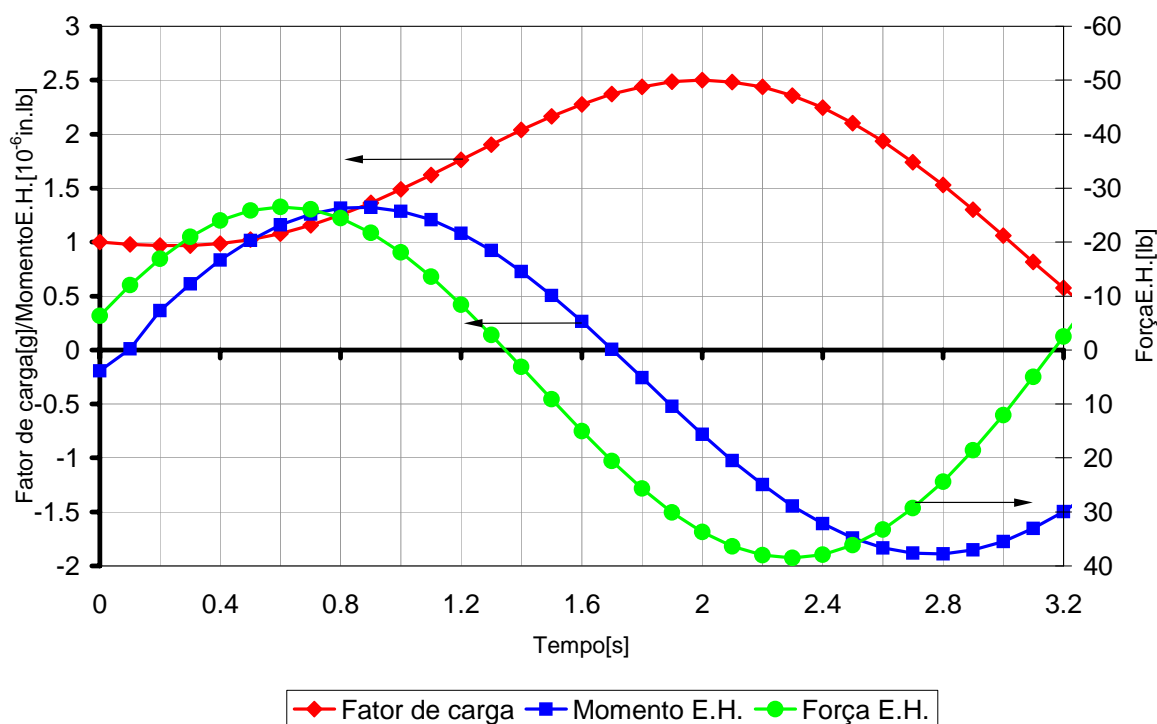


Figura 6 – Resposta da aeronave



**Figura 7 – Cargas na aeronave**

Além de ser necessário atingir o fator de carga máximo da aeronave, as normas, em seus parágrafos 331(c)(2) determinam um valor mínimo de aceleração de arfagem que a aeronave deve sofrer durante este tipo de manobra.

Sendo para aceleração positiva (nariz para cima):

$$\ddot{\theta} = \frac{39n_z(n_z - 1.5)}{V_e}$$

E para aceleração negativa (nariz para baixo):

$$\ddot{\theta} = \frac{-26n_z(n_z - 1.5)}{V_e}$$

Tanto a necessidade de alcançar o fator de carga máximo quanto estas acelerações de arfagem podem não ser atendidas caso a configuração do projeto não permita tais condições de vôo durante este tipo de manobra.

## 4.2 MANOBRAS DE ROLAMENTO

As manobras de rolamento são manobras assimétricas envolvendo a aplicação das superfícies de controle lateral para promover o rolamento da aeronave ao longo do seu eixo  $x$ . De acordo com os regulamentos, parágrafo 349, as manobras de rolamento devem ser associadas a fatores de carga verticais e o acoplamento entre o movimento de rolamento e de guinada pode ser desprezado para a análise de cargas.

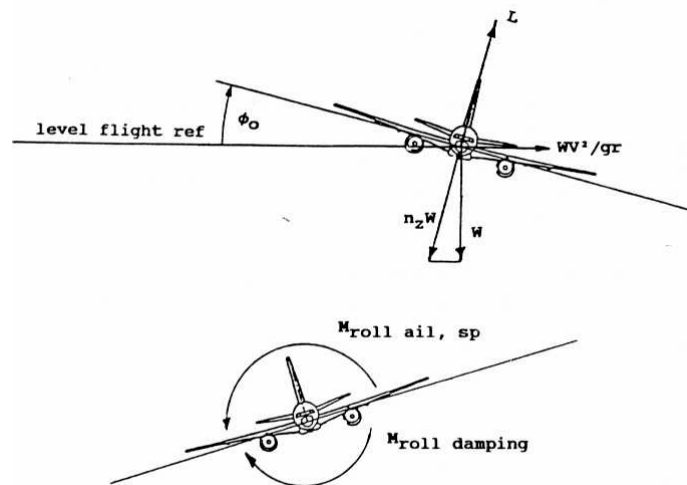


Figura 8 – Forças atuando em uma manobra de rolamento Lomax(1996)

### 4.2.1 FATORES DE CARGA

Exceto quando excederem os limites de sustentação da aeronave, os fatores de carga simétricos devem ser aplicados, de acordo com o parágrafo 349(a) dos regulamento, sendo:

- $2/3$  do fator de carga máximo como fator positivo;
- $0$  como o fator negativo.

A manobra de rolamento com fator de carga positivo nada mais é que a mudança de direção de uma curva mantendo o fator de carga vertical constante. A execução desta manobra, em ensaios de vôo, deve partir de uma outra manobra conhecida como *wind-up*



$turn^1$ , onde o piloto mantém a aeronave voando com uma inclinação constante e com velocidade constante, sem aumentar a potência do motor.

A manobra com fator de carga igual a 0 não faz sentido para ser executada na realidade, mas serve para determinar os limites de carga nesta manobra.

Deve-se lembrar que nas manobras iniciadas a partir de uma *wind-up turn* tem fator de carga definido de acordo com a inclinação da curva, de acordo com equação:

$$n_z W \cos \phi = W$$



**Figura 9 – Wind-up turn**

---

Uma manobra de rolamento completa iniciada em uma *wind-up turn* e efetuada no sentido que já se está fazendo a curva deve culminar em um *tunneau* barril, manobra muito comum em aeronave leves, mas, a princípio, inexecutável em uma aeronave comercial. Entretanto, são conhecidos alguns relatos sobre manobras deste tipo executadas por aeronaves comerciais, sobretudo o *tunneau* realizado pelo piloto de prova da *Boeing* na oportunidade de apresentação ao público do *Boeing Dash-80* precursor do *Boeing 707*<sup>2</sup>. De fato, é possível a execução desta manobra em aeronaves comerciais, estando, do ponto de vista estrutural, completamente dentro dos limites previstos pelo regulamento.

---

---

<sup>1</sup> [www.dfrc.nasa.gov/trc/ftintro/wut/naswut.html](http://www.dfrc.nasa.gov/trc/ftintro/wut/naswut.html)

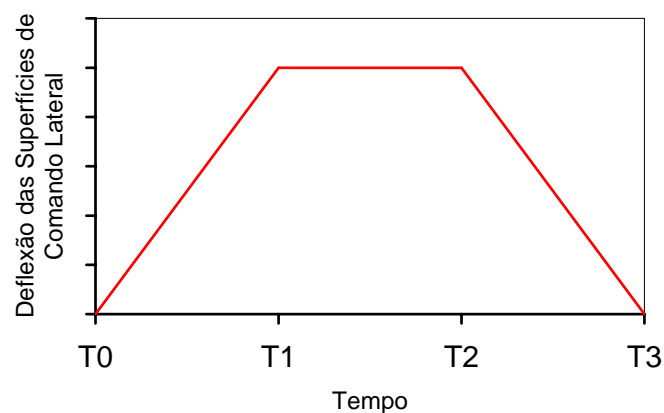
<sup>2</sup> [www.historylink.org/output.cfm?file\\_id=390](http://www.historylink.org/output.cfm?file_id=390)

#### 4.2.2 DEFLEXÃO DAS SUPERFÍCIES DE COMANDO

As deflexões das superfícies de comando (*aileron*s e *spoiler*s) necessárias para as análises de cargas, segundo o parágrafo 349 dos regulamentos são:

- Na velocidade de manobra, deflexão abrupta dos comandos;
- Na velocidade de cruzeiro, deflexão suficiente para induzir a mesma velocidade de rolamento obtida na manobra executada na velocidade de manobra;
- Na velocidade de mergulho, deflexão suficiente para induzir um terço da velocidade de rolamento obtida na manobra executada na velocidade de manobra.

A variação da aplicação destes comandos ao longo do tempo para ser utilizada na análise temporal (*time-history*) da manobra pode ser feita através de uma função linear com o tempo, variando de zero até a deflexão máxima necessária linearmente com uma razão de variação igual a razão máxima de atuação do sistema de comando.



**Figura 10 – Deflexão das superfícies de comando durante uma manobra de rolamento**

Mesmo quando o movimento das superfícies de controle não são lineares com a variação do ângulo do manche, pode-se representar a aplicação dos comandos durante a análise temporal da manobra através de funções lineares. Isto é verdade, pois, na maior parte dos casos, as não linearidades que aparecem na relação entre a deflexão do manche e das superfícies de controle é de forma a minimizar as deflexões das superfícies para as pequenas deflexões do manche e maximizar as deflexões das superfícies para as grandes deflexões do

manche<sup>3</sup>. Assim, a consideração de que a variação dos comandos com o tempo até sua deflexão máxima é linear sempre será conservativa.

### 4.2.3 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DE ROLAMENTO

As equações de movimento de uma manobra de rolamento com as considerações de que a velocidade, a altura e o ângulo de ataque da aeronave são constantes durante a manobra, são apresentadas por *Etkin* (1959), sendo:

$$(I_x - M_{\ddot{\phi}}) \cdot \ddot{\phi} + M_{\dot{\phi}} \dot{\phi} = M_{\delta} \delta$$

Onde:  $I_x$  denota o momento de inércia da aeronave em relação ao seu eixo  $x$ ,  $M_{\ddot{\phi}}$  denota o momento de rolamento devido aos efeitos aeroelásticos para uma aceleração de rotação de  $1 \text{ rad/s}^2$ ,  $M_{\dot{\phi}}$  denota o amortecimento de rolamento para uma velocidade de rolamento de  $1 \text{ rad/s}$  e  $M_{\delta}$  denota o momento de rolamento devido a aplicação dos comandos de rolamento da aeronave (*aileron*s e *spoiler*s).

Admitindo que a análise será linear, o momento de rolamento devido à aplicação dos comandos de rolamento da aeronave pode ser escrito, para explicitar a contribuição dos *aileron*s e dos *spoiler*s, como:

$$M_{\delta} \delta = M_{ail} \delta_{ail} + M_{sp} \delta_{sp}$$

Separando assim a contribuição de cada superfícies de controle.

O regulamento em seu parágrafo 349(a)(1) especifica que a análise deve ser feita para duas condições:

- Máxima velocidade de rolamento, sendo assim, aceleração nula (para análise das cargas aerodinâmicas nas asas);

---

<sup>3</sup> Esta não linearidade é introduzida para minimizar o arrasto da aeronave quando da atuação do piloto automático. Uma medida muito comum é não utilizar os *spoiler*s para deflexões do manche menores que  $10^\circ$ , minimizando assim o acréscimo de arrasto promovido por estas superfícies de comando.

- Máxima aceleração de rolamento, sendo assim, velocidade nula (para análise das cargas de inércia nas asas).

Assim, admitindo que a aceleração seja nula, a equação de movimento da aeronave durante uma manobra de rolamento se reduz a:

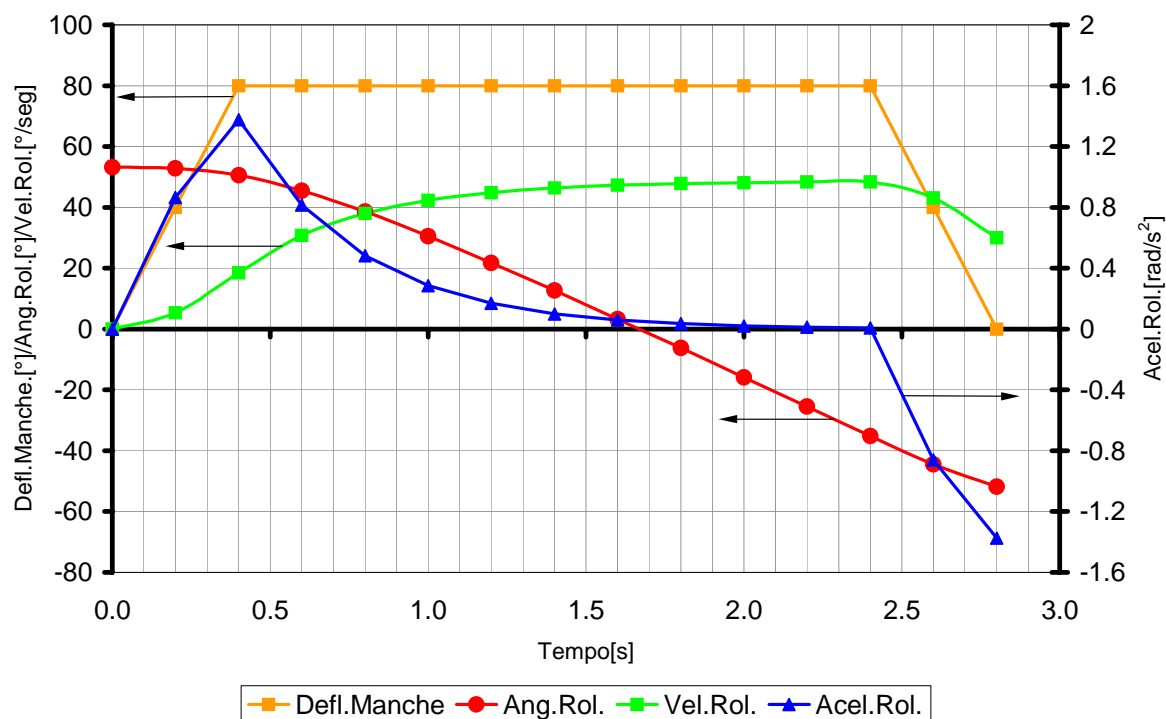
$$M_{\dot{\phi}} \dot{\phi} = M_{ail} \delta_{ail} + M_{sp} \delta_{sp} \Rightarrow \dot{\phi} = \frac{(M_{ail} \delta_{ail} + M_{sp} \delta_{sp})}{M_{\dot{\phi}}}$$

Admitindo que a velocidade seja nula, a equação de movimento se reduz a:

$$(I_x - M_{\ddot{\phi}}) \ddot{\phi} = M_{ail} \delta_{ail} + M_{sp} \delta_{sp} \Rightarrow \ddot{\phi} = \frac{(M_{ail} \delta_{ail} + M_{sp} \delta_{sp})}{(I_x - M_{\ddot{\phi}})}$$

A solução exata da equação de movimento, bem como o procedimento para sua solução numérica são apresentados por Lomax (1996). A solução de um caso padrão de uma aeronave comercial é apresentada na Figura 11 e pode ser comparada com os resultados obtidos através das equações simplificadas acima, sendo:

$$\dot{\phi} = 48.6 \text{ }^\circ / \text{seg} \quad \ddot{\phi} = 2.22 \text{ rad} / \text{seg}$$



**Figura 11 – Manobra de rolamento**

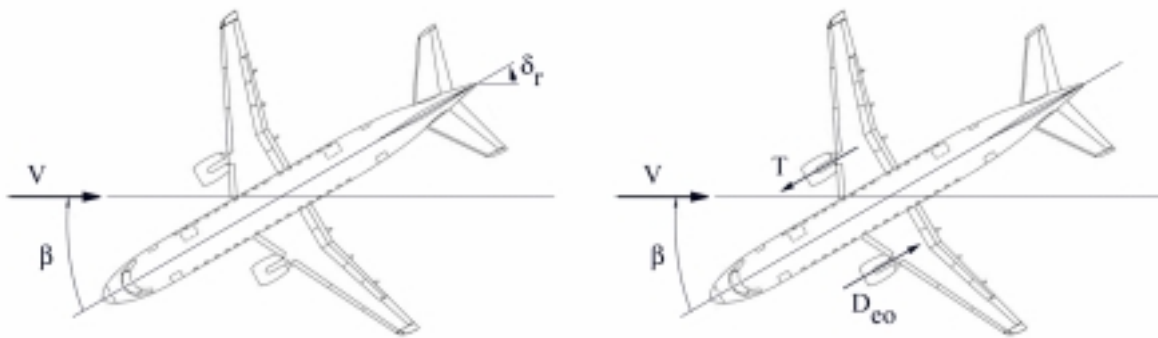
A comparação entre os resultados mostra que o valor da velocidade calculado pelas equações simplificadas é bastante coerente com o valor calculado pelas equações de movimento. Isto acontece porque a aceleração nesta circunstância é, de fato, bem próxima à zero.

Já o valor da aceleração apresenta diferenças entre o cálculo simplificado e o cálculo completo, sendo os valor calculados pelo método simplificado bastante conservativos do ponto de vista de análise de cargas. Esta diferença diminui quando a razão de aplicação dos comandos é maior, ou seja, quando o tempo necessário para que os comando atinjam sua deflexão máxima é menor. Quando este tempo tende à zero, a aceleração máxima da aeronave acontece, de fato, com uma velocidade de rolamento nula, conforme a consideração utilizada para simplificar a equação de movimento desta manobra.

### 4.3 MANOBRAS DE GUINADA

As manobras de guinada são manobras assimétricas envolvendo a aplicação dos comandos de leme ou a falha de um motor que provocam uma condição de guinada (*sideslip*) na aeronave. Assim, as manobras de guinada podem ser divididas em dois tipos de manobras, conforme apresentado na Figura 12:

- Manobras de leme: são manobras abruptas utilizadas para o projeto estrutural na qual uma deflexão do leme é introduzida abruptamente a partir de uma condição de vôo com as asas niveladas. A razão de considerar as asas niveladas é aumentar a guinada resultante. Em ensaios em vôo estas manobras são difíceis de serem executadas porque uma grande deflexão dos comandos de rolamento é necessária para manter as asas niveladas.
- Manobras de falha do motor: são manobras abruptas utilizadas para o projeto estrutural que consistem na aplicação abrupta do leme em conjunto com a guinada provocada pela falha de um motor (fora do eixo longitudinal da aeronave).



**Figura 12 – Tipos de manobras de guinada**

#### 4.3.1 MANOBRAS DE REGULAMENTO

Os requisitos para as manobras de guinada, determinados pelos parágrafos 351 das normas aeronáuticas, são:

Com a aeronave voando entre as velocidades  $V_{MC}^4$  e  $V_D$ , considerando a velocidade de guinada igual a zero:

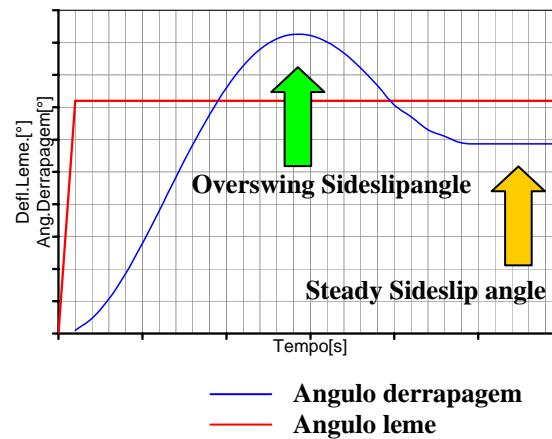
- **Manobra I** – com a aeronave em vôo de velocidade constante e ângulo de guinada igual a zero, ocorre uma deflexão abrupta do leme de direção até sua máxima deflexão limitada pelos batentes de comando ou pelo limite de força do piloto<sup>5</sup>.
- **Manobra II** – com a deflexão do leme da *Manobra I* admite-se que a aeronave esteja voando com o ângulo de guinada correspondente ao ângulo de derrapagem máximo (*overswing sideslip angle* – ver Figura 13).
- **Manobra III** – com a deflexão do leme da *Manobra I* admite-se que a aeronave esteja voando com o ângulo de derrapagem estático (*steady sideslip angle* – ver Figura 13).
- **Manobra IV** – com a aeronave voando com o ângulo de derrapagem estático (*steady sideslip angle* – ver Figura 13), admite-se que ocorra a deflexão brusca do leme até sua posição neutra.

Até recentemente as normas aeronáuticas apresentavam apenas três condições de manobras de guinada que deveriam ser analisadas. A diferença para as quatro manobras apresentada acima era a ausência da terceira manobra. Assim, a análise da aeronave com deflexão máxima do leme e ângulo de glissada igual ao ângulo de derrapagem estático não era um caso a ser analisado.

---

<sup>4</sup> Velocidade mínima de controle – menor velocidade que se tem controle direcional da aeronave caso ocorra assimetria devido à falha de motores.

<sup>5</sup> Este limite de força para o *FAR Part-25* é de *300lbf* de  $V_{MC}$  até  $V_A$  e *200lbf* de  $V_C/M_C$  até  $V_D/M_D$ , com interpolação linear entre  $V_A$  e  $V_C/M_C$ , já para o *JAR 25* é de *200lbf*. Na realidade este limite é puramente didático, pois os sistemas de comando atuais permitem a deflexão do leme de direção até sua deflexão máxima com muito menos que este valor de força no pedal.



**Figura 13 – Definição de *Overswing sideslip angle* (verde) e *Steady sideslip angle* (laranja)**

#### 4.3.2 EQUAÇÕES DE DERRAPAGEM DEVIDO À DEFLEXÃO DO LEME - ESTÁTICA

Assumindo que a aeronave esteja em vôo reto nivelado com velocidade constante, e que os coeficientes aerodinâmicos são lineares, as três equações para força lateral, glissada e momento de rolamento, podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} C_{y\beta} & C_{y\delta_w} & -C_L \\ C_{n\beta} & C_{n\delta_w} & 0 \\ C_{l\beta} & C_{l\delta_w} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_s \\ \delta_w \\ \phi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{y\delta_r} \\ C_{n\delta_r} \\ C_{l\delta_r} \end{bmatrix} \delta_r$$

onde  $\beta$ ,  $\delta_r$ , e  $\delta_w$  denotam os ângulos de derrapagem, deflexão do leme e deflexão das superfícies de controle lateral (rolamento),  $C_{y\beta}$ ,  $C_{y\delta_r}$  e  $C_{y\delta_w}$  denotam os coeficientes de força lateral devido à derrapagem, deflexão do leme e deflexão das superfícies de controle lateral, respectivamente,  $C_{n\beta}$ ,  $C_{n\delta_r}$  e  $C_{n\delta_w}$  denotam os coeficientes de momento de guinada devido à derrapagem, deflexão do leme e deflexão das superfícies de controle lateral, respectivamente,  $C_{l\beta}$ ,  $C_{l\delta_r}$  e  $C_{l\delta_w}$  denotam os coeficientes de momento de rolamento devido à derrapagem, deflexão do leme e deflexão das superfícies de controle lateral, respectivamente,  $C_L$  denota o coeficiente de sustentação da aeronave e  $\phi$  denota o ângulo de inclinação da aeronave.

Se o ângulo de deflexão do leme é conhecido para uma dada condição de vôo, pode resolver este sistema de equações para obter o ângulo de derrapagem, o ângulo de deflexão dos comandos laterais e o ângulo de inclinação da aeronave.



$$\beta_s = \frac{\left( -C_{n\delta r} + \frac{C_{l\delta r} \cdot C_{n\delta w}}{C_{l\delta w}} \right)}{\left( C_{n\beta} - \frac{C_{l\beta} \cdot C_{n\delta w}}{C_{l\delta w}} \right)} \delta_r$$

$$\delta_w = \frac{(-C_{l\delta r} \cdot \delta_r - C_{l\beta} \cdot \beta_s)}{C_{l\delta w}}$$

$$\phi = \frac{(C_{y\beta} \cdot \beta_s + C_{y\delta r} \cdot \delta_r + C_{y\delta w} \cdot \delta_w)}{C_L}$$

Sendo que os coeficientes aerodinâmicos, em geral, são obtidos através de ensaios em túnel de vento e ensaios em vôo.

### 4.3.3 FALHA DO MOTOR

As manobras devido à falha do motor, especificadas nos parágrafos 367 das normas aeronáuticas, são:

- A aeronave deve ser projetada para cargas assimétricas devido à falha do motor crítico (que provoca as maiores cargas). As seguintes condições devem ser seguidas:
  - ◇ Entre as velocidades  $V_{MC}$  e  $V_D$  as cargas causadas pela perda de potência devido à interrupção da alimentação de combustível serão consideradas as cargas limites.
  - ◇ Entre as velocidades  $V_{MC}$  e  $V_C$  as cargas causadas pela desconexão da turbina com o compressor ou pelo despalletamento da mesma serão consideradas as cargas finais.
  - ◇ As análises destes casos devem ser sustentadas por ensaios ou outras fontes aplicáveis ao conjunto moto-propulsor utilizado.

- ◇ O tempo e a magnitude da correção do piloto devem ser conservativos, considerando as características particulares do conjunto moto-propulsor utilizado.
- Deve-se assumir que a ação corretiva do piloto se iniciará no instante que se alcança a máxima velocidade de guinada, mas não deve ser ocorrer antes de *2seg* após a falha do motor.

Assim, duas condições de manobra devem ser analisadas:

- Máxima derrapagem produzida pela falha do motor sem atuação do leme
- Aplicação do leme de direção pelo menos *2seg* após a falha do motor. A quantidade de deflexão a ser aplicada não é especificada, mas, em geral, utiliza-se a deflexão necessária para balancear a derrapagem estática devido à falha do motor.

Sobre estas condições devem-se efetuar duas análises, para falhas devido à interrupção da alimentação de combustível, a qual deve sofrer um fator de segurança de pelo menos *1.5* e para falhas devido a problemas mecânicos, a qual deve sofrer um fator de segurança de pelo menos *1.0*. A diferenças básicas entre estas duas análises será o decaimento temporal da potência do motor que, no caso de falha mecânica deve ser muito mais abrupta que no caso de falha na alimentação.

#### **4.3.4 EQUAÇÕES DE DERRAPAGEM DEVIDO A FALHADO MOTOR – ESTÁTICA**

Duas condições devem ser consideradas na solução do problema estático de falha do motor:

- Máxima derrapagem sem deflexão do leme
- Deflexão do leme necessária para equilibrar a falha do motor sem derrapagem.

O coeficiente de momento de guinada devido à falha do motor, considerando que um motor esteja funcionando e outro esteja produzindo arrasto, pode ser escrito como:

$$C_{neo} = \frac{(T + D_{eo})a_{eo}}{q \cdot S_w \cdot b_w}$$

onde  $T$  denota o empuxo do motor que está funcionando,  $D_{eo}$  denota o arrasto do motor em falha e  $a_{eo}$  denota o braço do motor em falha até o centro de gravidade da aeronave.

Assim, as equações de equilíbrio estático para a condição de voo com motor em falha podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} C_{y\beta} & C_{y\delta_w} & C_{y\delta_r} \\ C_{n\beta} & C_{n\delta_w} & C_{n\delta_r} \\ C_{l\beta} & C_{l\delta_w} & C_{l\delta_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_s \\ \delta_w \\ \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_L \cdot \phi \\ -C_{neo} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Assumindo que o leme permaneça na posição neutra, o ângulo de derrapagem pode ser escrito como:

$$\beta_s = \frac{(-C_{neo})}{\left( C_{n\beta} - \frac{C_{l\beta} \cdot C_{n\delta_w}}{C_{l\delta_w}} \right)}$$

$$\delta_w = \frac{(-C_{l\beta} \cdot \beta_s)}{C_{l\delta_w}}$$

$$\phi = \frac{(C_{y\beta} \cdot \beta_s + C_{y\delta_w} \cdot \delta_w)}{C_L}$$

Assumindo que o ângulo de derrapagem é nulo, o ângulo de deflexão do leme necessário para equilibrar a aeronave pode ser escrito como:

$$\delta_r = \frac{(-C_{neo})}{\left( C_{n\delta_r} - \frac{C_{l\beta} \cdot C_{n\delta_w}}{C_{l\delta_w}} \right)}$$

$$\delta_w = \frac{(-C_{l\delta_r} \cdot \delta_r)}{C_{l\delta_w}}$$

$$\phi = \frac{(C_{y\delta r} \cdot \delta_r + C_{y\delta w} \cdot \delta_w)}{C_L}$$

#### 4.3.5 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE MANOBRAS DE GUINADA

A partir da equação de movimento completa da aeronave envolvendo graus de liberdade de translação lateral, guinada e rolamento, pode-se escrever as equações de movimento a serem utilizadas para a análise estrutural da aeronave. Para este caso particular, algumas considerações podem ser feitas:

- A velocidade e aceleração de guinada são nulas;
- Os controles laterais (rolamento) são aplicados apenas para manter as asas niveladas;
- A altitude e o número de Mach se mantêm constantes durante a manobra;
- Os comandos laterais e direcionais são considerados instantâneos,

Assim, utilizando os desenvolvimentos de Etkin (1959), a equação de três graus de liberdade para o movimento de guinada se torna:

$$\begin{bmatrix} a_1 & -C_{n\delta w} & 0 \\ a_2 & -C_{l\delta w} & 0 \\ 0 & -C_{y\delta w} & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Psi} \\ \delta_w \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

sendo:

$$a_1 = \frac{I_z}{q \cdot S_w \cdot b_w}$$

$$a_2 = \frac{-I_{xz}}{q \cdot S_w \cdot b_w}$$

$$a_3 = \frac{M \cdot V_T}{q \cdot S_w}$$

$$b_1 = C_{neo} + C_{n\delta r} \cdot \delta_r + C_{nr} \cdot \dot{\psi} + C_{n\beta} \cdot \beta$$

$$b_2 = C_{l\delta r} \cdot \delta_r + C_{lr} \cdot \dot{\psi} + C_{l\beta} \cdot \beta$$

$$b_3 = C_{y\delta r} \cdot \delta_r - \left[ \frac{M \cdot V_T}{q \cdot S_w} - C_{yr} \right] \cdot \dot{\psi} + C_{y\beta} \cdot \beta$$

Uma simplificação que pode ser feita nestas equações é a desconsideração do grau de liberdade de rolamento, tendo então:

$$\begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & -C_{y\delta w} & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

sendo:

$$a_1 = \frac{I_z}{q \cdot S_w \cdot b_w}$$

$$a_3 = \frac{M \cdot V_T}{q \cdot S_w}$$

$$b_1 = C_{neo} + C_{n\delta r} \cdot \delta_r + C_{nr} \cdot \dot{\psi} + C_{n\beta} \cdot \beta$$

$$b_3 = C_{y\delta r} \cdot \delta_r - \left[ \frac{M \cdot V_T}{q \cdot S_w} - C_{yr} \right] \cdot \dot{\psi} + C_{y\beta} \cdot \beta$$

#### 4.3.6 ANÁLISE DE MANOBRAS DE ATUAÇÃO DO LEME

As equações acima (três graus de liberdade – *3DOF* e dois graus de liberdade – *2DOF*) podem ser aplicadas para a análise temporal da manobra que consiste na deflexão abrupta do leme de direção a partir de uma condição equilibrada de vôo. Desta forma pode-se obter os resultados de interesse para os dois primeiros tipos de manobras especificadas nas normas aeronáuticas (Manobra I e Manobra II).

A Manobra III pode ser analisada através do resultado obtido para a análise da Manobra I superposto à condição de derrapagem estática.

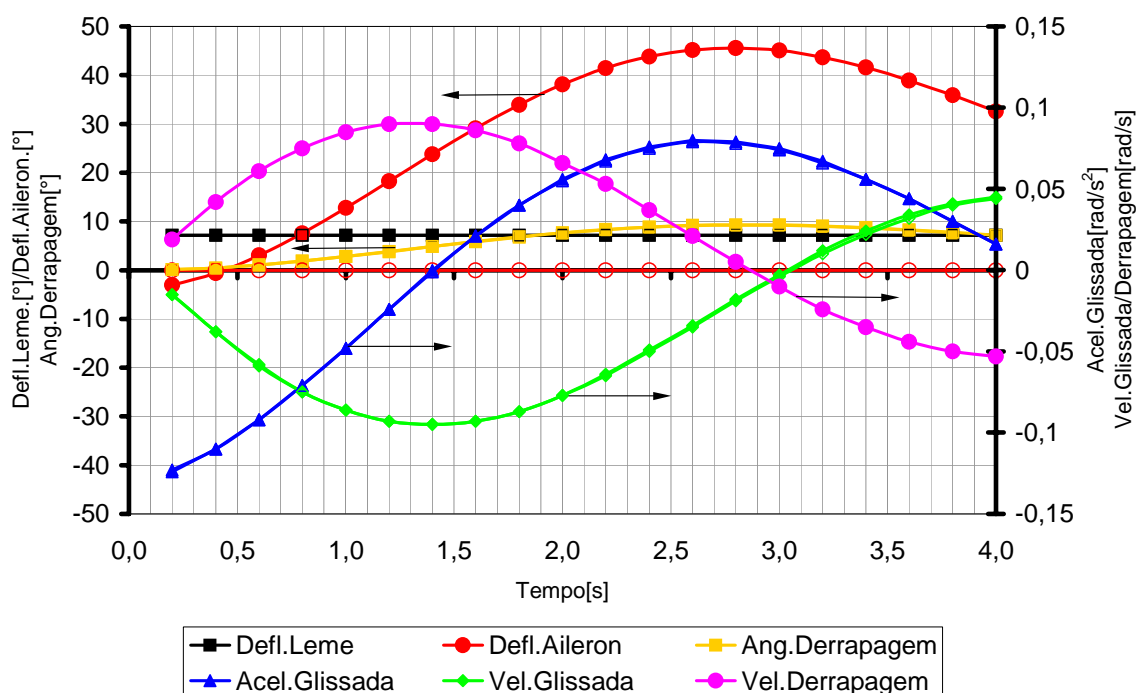


Figura 14 – Manobra de guinada analisada com 3DOF e 2DOF

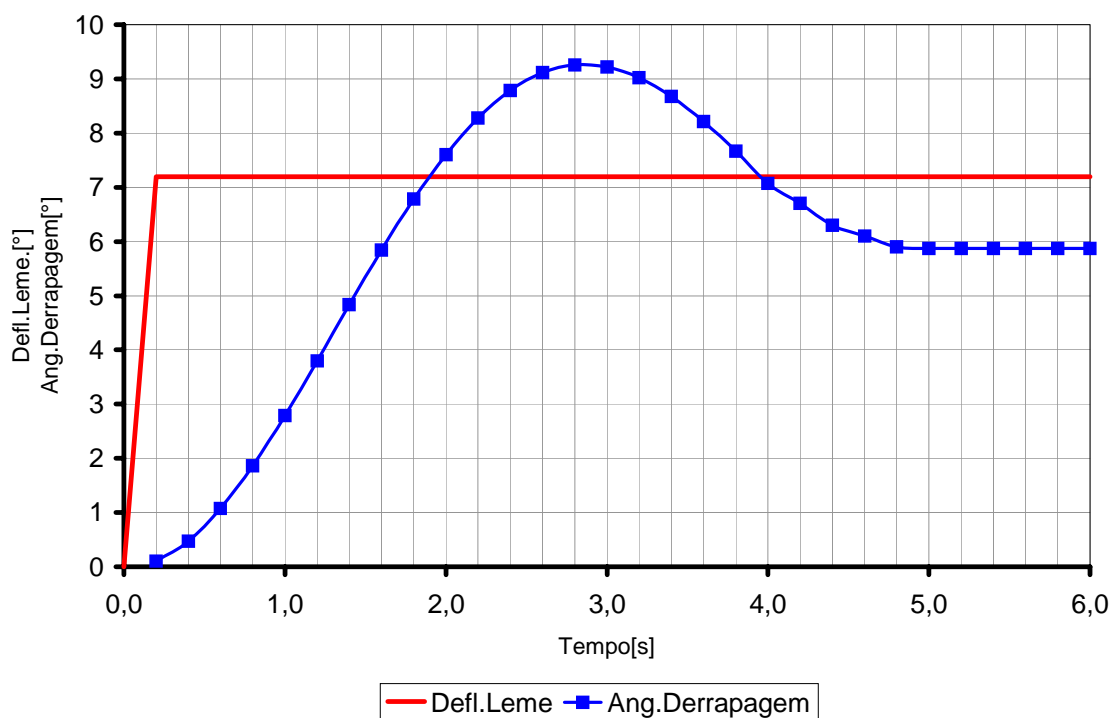


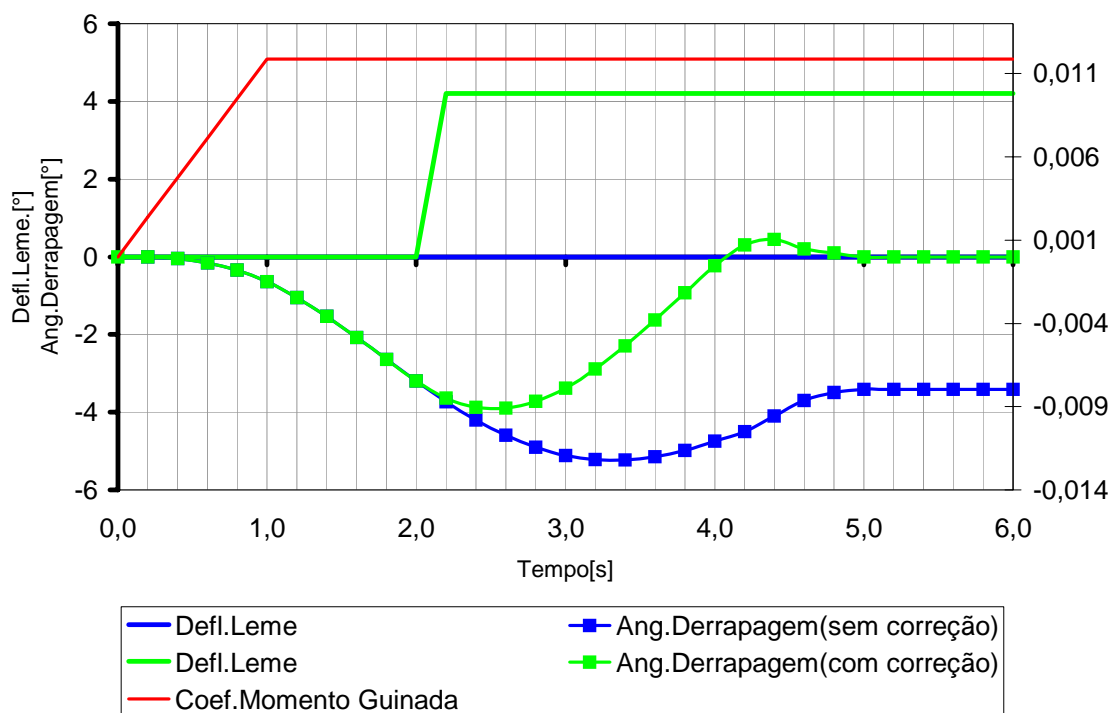
Figura 15 – Ângulos de leme e de derrapagem durante manobra

Pode-se observar na Figura 14 que a utilização de uma análise 2DOF (a deflexão do aileron é nula, pois foi desconsiderado o grau de liberdade de rolamento – linha vermelha

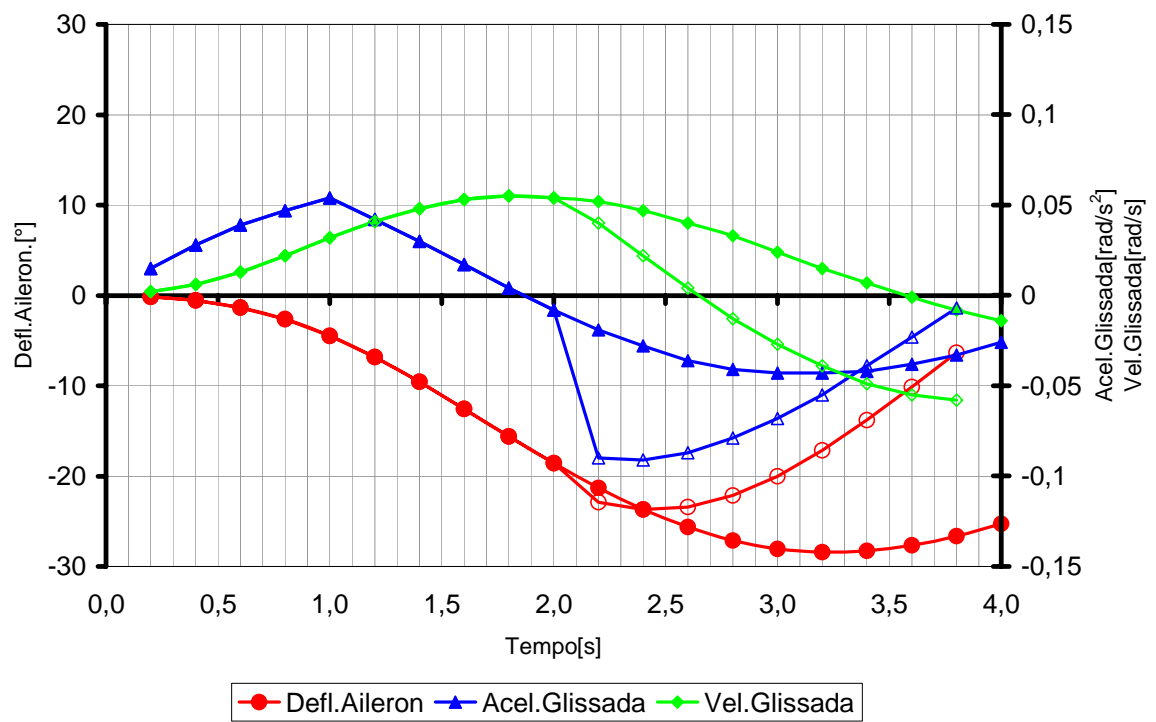
vazia) apresenta resultados bastante precisos em relação aos resultados obtidos através de uma análise *3DOF*. Apesar da diferença de tempo computacional não ser tão grande, a análise *2DOF* se mostra mais vantajosa pela menor necessidade de coeficientes aerodinâmicos.

#### 4.3.7 ANÁLISE DE FALHA DO MOTOR

A Figura 16 e a Figura 17 apresentam as análises das manobras de guinada devidas à falha do motor, com correção e sem correção do piloto. A deflexão do leme para correção foi determinada através da análise de equilíbrio, sendo igual a  $4.2^\circ$ . Deve-se notar neste exemplo que o tempo para máxima velocidade de glissada é ligeiramente menor que  $2\text{seg}$ , na realidade,  $1,86\text{seg}$ . Desta forma a correção do piloto só pode ser aplicada após  $2\text{seg}$  de manobra.



**Figura 16 - Angulos de leme e de derrapagem durante falha do motor (com correção e sem correção)**



**Figura 17 - Manobra de guinada devida à falha do motor (com correção e sem correção)**



# 5 RAJADAS

## 5.1 INTRODUÇÃO

O problema clássico da aeronave penetrando em uma rajada, consiste em analisar os efeitos que o acréscimo de ângulo de ataque provoca na aeronave.

Uma análise estática pode ser feita considerando a aeronave como um corpo rígido sujeito apenas a movimentos verticais, ou seja, com a possibilidade de subir e descer, mas sem a possibilidade de arfar.

O fator de carga da aeronave em voo reto nivelado horizontal pode ser escrito como:

$$n_z = \frac{L}{W} = \frac{1}{2} \frac{\rho S_w C_L V^2}{W} = \frac{1}{2} \frac{\rho S_w V^2}{W} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha = 1$$

O acréscimo de ângulo de ataque devido a rajada, considerado como um ângulo pequeno, pode ser escrito como:

$$\Delta \alpha = a \tan\left(\frac{U}{V}\right) = \frac{U}{V}$$

Assim, o acréscimo de força de sustentação devido a este acréscimo de ângulo de ataque pode ser escrito como:

$$\Delta L = \frac{1}{2} \rho S_w V U \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$$

Assim o fator de carga durante a intensidade máxima da rajada será:

$$n_{zu} = \frac{L + \Delta L}{W} = 1 + \frac{1}{2W} \rho S_w V U \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$$

A questão a ser resolvida é como a dinâmica do movimento da aeronave durante a rajada pode contribuir para aliviar ou aumentar o efeito da rajada nas cargas na aeronave.

## 5.2 EVOLUÇÃO HISTÓRICA

### 5.2.1 CRITÉRIO DE RAJADA DE CANTO VIVO

Antes de 1956 o critério para cálculo de fatores de carga de rajada era baseado no modelo de rajada de canto vivo, ou seja, a aeronave abruptamente sofre um acréscimo de velocidade vertical com intensidade definida.

Desta forma, os regulamentos apresentavam a seguinte equação para calcular os fatores de carga devido às rajadas:

$$n_z = 1 + K \cdot U \cdot V \cdot \frac{\partial C_N}{\partial \alpha} \cdot S_w \cdot \frac{l}{575 \cdot W}$$

onde  $V$  denota a velocidade da aeronave (em *mph*),  $U$  a velocidade da rajada (em *ft/s*),  $S_w$  a área alar (em *ft<sup>2</sup>*)  $K$  o fator de rajada, dependente do movimento de arfagem da aeronave, definido empiricamente e dependente da carga alar. Este fator pode-se ser calculado como:

$$K = 0.5 \left( \frac{W}{S_w} \right)^{0.25}$$

para carga alar menor que  $16 \text{ lb/ft}^2$ , e

$$K = 1.33 - \frac{2.67}{\left( \frac{W}{S_w} \right)^{0.75}}$$

para carga alar maior que  $16 \text{ lb/ft}^2$ .

#### Exercício

Admitindo que a aeronave não arfe durante a rajada deduza a equação de fator de carga acima, considerando a aeronave voando no nível do mar.

Estes fatores de rajada foram determinados empiricamente através de ensaios em vôo efetuados em seis aeronaves com carga alar variando entre  $5.4$  e  $44.5 \text{ lb/ft}^2$ . O fator foi normalizado como  $K=1$  para a aeronave *Boeing 247*, o qual tem carga alar igual a  $16 \text{ lb/ft}^2$ . De

fato pode-se observar que as equações acima apresentam valores menores que 1 para carga alar menor que  $16lb/ft^2$  e maiores que 1 para carga alar maior que  $16lb/ft^2$ . Estas curvas podem ser utilizadas para qualquer aeronave semelhante ao *Boeing 247* mas com carga alar diferente.

As velocidades de rajada e as velocidades de vôo correspondentes são apresentadas na Tabela 1.

**Tabela 1 – Velocidades de rajada**

| Velocidade de vôo | Velocidade de rajada<br>[ft/s] |
|-------------------|--------------------------------|
| V <sub>B</sub>    | 40                             |
| V <sub>C</sub>    | 30                             |
| V <sub>D</sub>    | 15                             |

### 5.2.2 CRITÉRIO REVISADO UM-MENOS-COSSENO

Com a evolução das aeronaves, crescimento das dimensões e aumento das velocidades, mostrou-se que as cargas de rajada podem ser mais bem descritas em relação ao fator de massa da aeronave do que a carga alar. Assim, após 1956, o critério para cálculo de cargas foi alterado da seguinte forma:

$$n_z = 1 + K_g \cdot U_{de} \cdot V_e \cdot \frac{\partial C_N}{\partial \alpha} \cdot S_w \cdot \frac{I}{498 \cdot W}$$

sendo  $V_e$  a velocidade em *keas*

O fator de alívio de rajada,  $K_g$  é definido como:

$$K_g = \frac{0.88\mu_g}{5.3 + \mu_g}$$

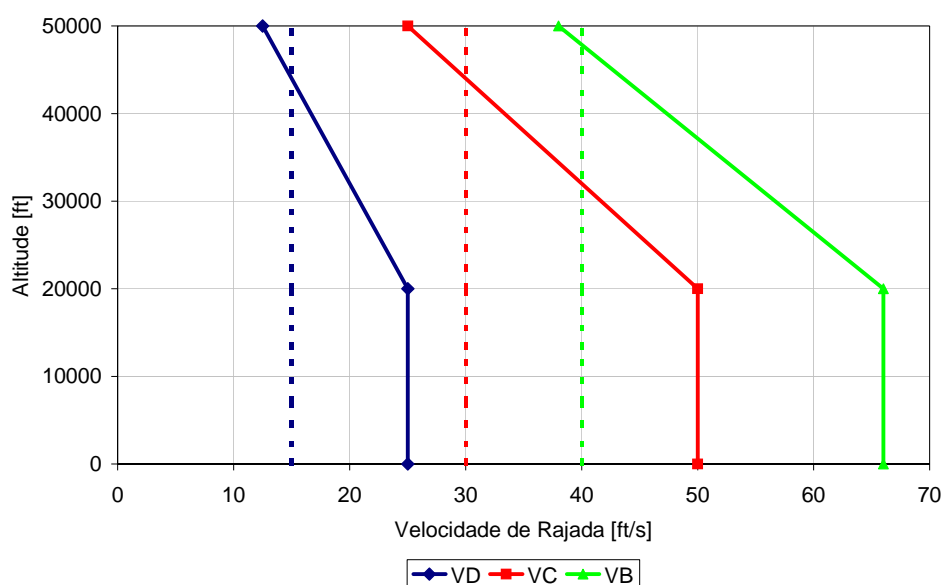
sendo o razão de massa da aeronave na arfagem definida como:

$$\mu_g = \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot c_w \cdot S_w \cdot g \cdot \frac{\partial C_N}{\partial \alpha}}$$

O fator de alívio de rajada  $K_g$  foi definido empiricamente de forma a representar efetivamente os resultados numéricos obtidos nos ensaios realizados em aeronaves durante 1933 e 1950.

Aeronaves como as da família *Boeing 707*, *727* e *737* até o *737-200*, o *DC-8* e o *Convair 880* foram projetados utilizando esta formulação para cálculo das cargas de rajada.

As velocidades de rajada e as velocidades de vôo correspondentes são apresentadas na Tabela 2.



**Figura 1 – Velocidade de rajada**

**Tabela 2 – Velocidades de rajada**

| Velocidade de vôo | Velocidade de rajada<br>0-20000 ft [ft/s] | Velocidade de rajada<br>50000 ft [ft/s] |
|-------------------|---|---|
| $V_B$             | 66  | 38                                      |
| $V_C$             | 50  | 25                                      |
| $V_D$             | 25  | 12.5                                    |

### 5.2.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS CRITÉRIOS

A Tabela 3 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos para as cargas de rajada da aeronave *Boeing 377 Stratocruiser*.

**Tabela 3 – Comparação entre os critérios (área alar  $1710 \text{ ft}^2$ ; corda média aerodinâmica  $12.87 \text{ ft}$ )**

|  | Nível do Mar | 25000 ft |
|--|--------------|----------|
| $V_e$ [mph eas]                            | 312          | 300      |
| Número de Mach                             | 0.41         | 0.65     |
| $C_{N\alpha}$                              | 5.186        | 6.824    |
| Peso [lb]                                  | 147000       | 147000   |
| Carga alar [ $\text{lb}/\text{ft}^2$ ]     | 86.0         | 86.0     |
| <b>Critério de rajada de canto-vivo</b>    |              |          |
| K  |              |          |
| U  |              |          |
| KU   |              |          |
| <b>Critério de rajada um-menos-cosseno</b> |              |          |
| $\sigma$                                   | 1.0          | 0.4481   |
| $\mu_g$                                    |              |          |
| $K_g$                                      |              |          |
| $U_{de}$                                   |              |          |
| $K_g U_{de}$                               |              |          |

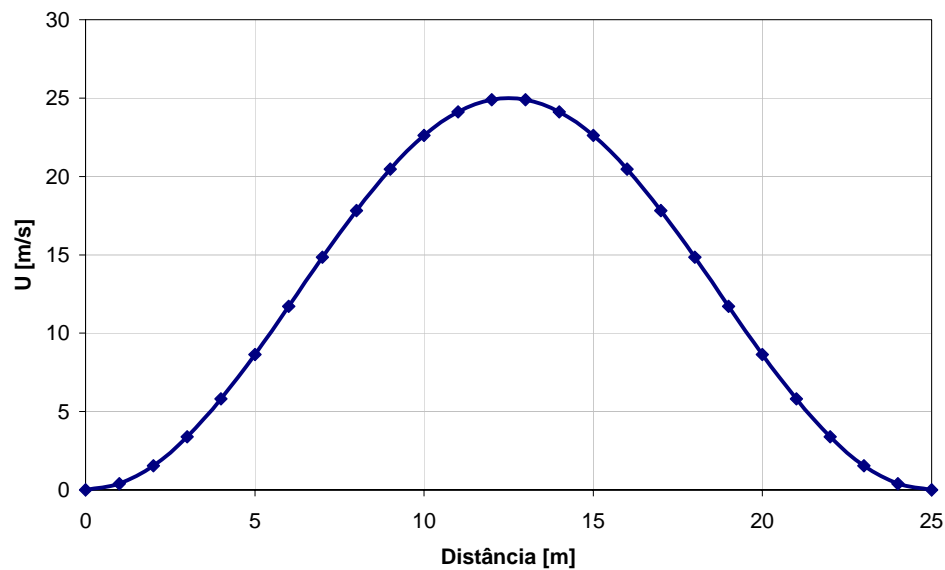
### Exercício

Completar a tabela acima e comentar os resultados

Com a introdução deste novo critério de rajada também foi introduzido um perfil de rajada utilizado para análises temporais do movimento da aeronave. O perfil de rajada discreta deste critério pode ser escrito como:

$$U(s) = \left( \frac{U_{de}}{2} \right) \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi s}{25 \cdot c} \right) \right]$$

onde  $s$  denota a distância de penetração na rajada (em  $\text{ft}$ ) e  $c$  a corda média aerodinâmica da aeronave (em  $\text{ft}$ ).



**Figura 2 – Perfil de rajada**

#### 5.2.4 CRITÉRIO DE RAJADA DISCRETA

A partir de 1993 foi proposto pelo grupo de trabalho *FAR/JAR* um novo critério de rajada discreta mais coerente com a realidade encontrada nas aeronaves modernas. Este trabalho foi baseado nos dados recolhidos de ensaios em vôos efetuados pelo *Civil Aircraft Airworthiness Data Recording Program* entre 1980 e 1990 com aeronaves *Boeing 737, 757, 747-100 e 747-200*.

Este novo critério assume que a aeronave será sujeita a rajadas verticais em vôo nivelado e as cargas limites de rajada devem ser determinadas a partir das seguintes considerações:

- As cargas nas aeronaves devem ser determinadas a partir de análises dinâmicas, as quais devem levar em consideração as características aerodinâmicas da aeronave e todos os graus de liberdade significativos, incluindo os de corpo rígido.
- O perfil da rajada deve ser:

$$U(s) = \left( \frac{U_{ds}}{2} \right) \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi \cdot s}{H} \right) \right]$$

onde  $s$  denota a distância de penetração na rajada e  $H$  denota o gradiente de rajada, ou seja a distância paralela ao vôo da aeronave onde ocorre a intensidade máxima da rajada, variando de  $30ft$  até  $350ft$ . A intensidade de rajada  $U_{ds}$  é definida como:

$$U_{ds} = U_{ref} F_g \left( \frac{H}{350} \right)^{1/6}$$

$$F_g = 0.5(F_{gz} + F_{gm}) \text{ ao nível do mar}^1$$

$$F_{gz} = 1.0 - \frac{z_{mo}}{250000}$$

$$F_{gm} = \left[ R_2 \cdot a \tan \left( \frac{\pi \cdot R_1}{4} \right) \right]^{0.5}$$

$$R_1 = \frac{MLW}{MTOW}$$

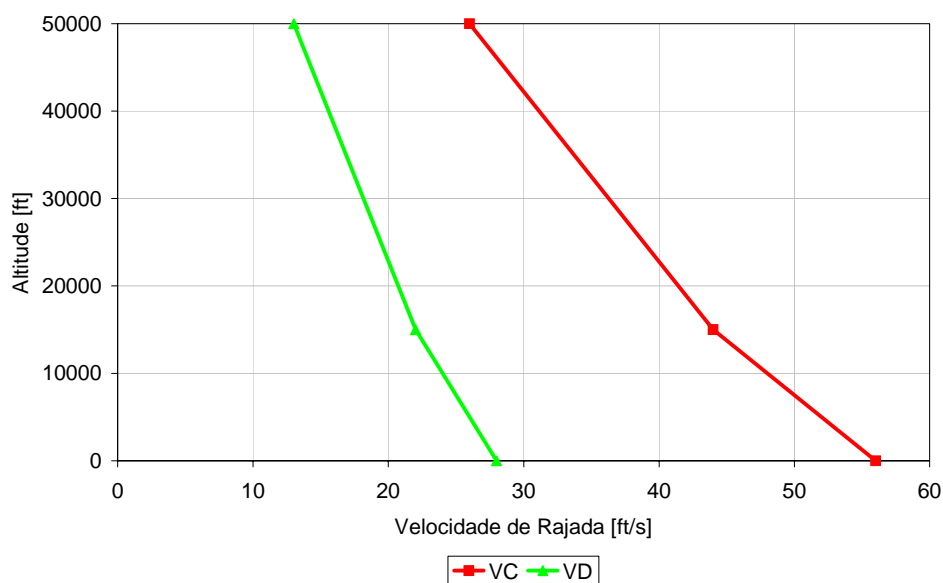
$$R_2 = \frac{MZFW}{MTOW}$$

sendo  $z_{mo}$  o teto máximo operacional da aeronave.

As velocidades de rajada e as velocidades de vôo correspondentes para este novo critério com  $H=350ft$  são definidas na Tabela 4 e na Figura 3.

---

<sup>1</sup> Este fator de alívio de rajada varia linearmente deste valor ao nível do mar até  $1.0$  no máximo teto operacional da aeronave.



**Figura 3 – Velocidade de rajada**

**Tabela 4 – Velocidades de rajada**

| Velocidade de vôo | Velocidade de rajada<br>Nível do mar [ft/s] | Velocidade de rajada<br>15000 ft [ft/s] | Velocidade de rajada<br>50000 ft [ft/s] |
|-------------------|---|---|---|
| V <sub>C</sub>    | 56  | 44                                      | 26                                      |
| V <sub>D</sub>    | 28  | 22                                      | 13                                      |

- Um número suficiente de valores de  $H$ , entre  $30ft$  e  $350ft$  devem ser investigados de forma a determinar o valor crítico de  $H$  que maximiza cada carga na aeronave.

### 5.3 ANÁLISES DE RAJADA

A análise de rajadas, vêm sofrendo uma evolução constante ao longo da história da indústria aeronáutica. As teorias vêm evoluindo e tornando as análises realizadas cada vez mais coerentes com a realidade. Neste item serão apresentadas algumas formas de análise de rajada bem como uma comparação entre seus resultados

#### 5.3.1 EQUAÇÕES DE RAJADA

Desde a implementação do critério revisado de rajada em 1953, a forma mais comum de se analisar o encontro de uma aeronave com uma corrente de ar ascendente é a utilização



das equações de rajada, as quais permitem calcular os fatores de carga verticais, o ângulo de ataque da asa e as cargas na empenagem horizontal.

O fator de carga no centro de gravidade da aeronave, como visto anteriormente pode ser escrito como:

$$n_{zcg} = 1 + K_g \cdot U_{de} \cdot V_e \cdot \frac{\partial C_N}{\partial \alpha} \cdot S_w \cdot \frac{l}{498 \cdot W}$$

O fator de carga em qualquer parte da aeronave, distante do centro de gravidade, deve levar em consideração a rotação da aeronave, sendo escrito então como:

$$n_z = n_{zcg} - \frac{\ddot{\theta} \cdot \Delta x}{386.4}$$

sendo  $\Delta x$  a distância, na direção  $x$ , do ponto em questão até o centro de gravidade da aeronave em  $ft$ .

A aceleração de arfagem da aeronave, por sua vez, pode ser escrita como:

$$\ddot{\theta} = \left( \frac{l_t}{I_y} \right) \left[ \frac{\partial BTL}{\partial n_z} (n_{zcg} - 1) - \Delta L_{tg} \right]$$

sendo:

$$\Delta L_{tg} = (1 - \epsilon_{\alpha w}) \cdot \Delta \alpha \cdot L_{t\alpha}$$

$$\Delta \alpha = K_g \frac{U_{de}}{V_e}$$

### Exercício

Derivar o termo  $\frac{\partial BTL}{\partial n_z}$  desconsiderando os termos de arrasto e tração de uma aeronave.

### 5.3.2 ANÁLISE DE RAJADA DISCRETA COM UM GRAU DE LIBERDADE

As considerações básicas a serem feitas para esta análise são:

- A aeronave é considerada um corpo rígido;
- A velocidade da aeronave é constante;
- A aeronave esta em vôo reto nivelado antes de entrar na rajada;
- A aeronave possui o grau de liberdade vertical, mas não pode arfar;
- As variações de sustentação da empunagem e da fuselagem são desprezíveis em relação às variações de sustentação da asa;
- A velocidade de rajada é uniforme ao longo da envergadura da aeronave e é sempre paralela ao eixo vertical da aeronave.

Assim, a equação de movimento vertical da aeronave durante o vôo em rajada pode ser escrita como:

$$\ddot{z} = \frac{q \cdot S_w \cdot C_{L\alpha}}{m} \alpha_e(s)$$

sendo  $\alpha_e(s)$  o ângulo de ataque da aeronave durante o vôo em rajada, definido como:

$$\alpha_e(s) = \left( \frac{U_{de}}{V_e} \right) \alpha_g(s) + \alpha_e(s)$$

onde  $s$  denota a distância penetrada na rajada em cordas,  $\alpha_g$  denota a razão do ângulo de ataque efetivo devido à rajada e o ângulo máximo de rajada ( $U_{de}/V_e$ ) e  $\alpha_e$  denota o ângulo de ataque efetivo devido ao amortecimento do movimento vertical.

A razão do ângulo de ataque efetivo devido à rajada e o ângulo máximo de rajada, por sua vez, pode ser escrito como:

$$\alpha_g(s) = \int \frac{1}{2\pi} C_{Lg}(s-s_1) \frac{\partial \frac{u(s_1)}{U}}{\partial s_1} ds_1^2$$

sendo o perfil de rajada de acordo com o modelo um-menos-cosseno, de acordo com:

$$\frac{u(s)}{U} = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi s}{G}\right) \right]$$

onde  $G$  denota o comprimento da rajada como múltiplos da corda média aerodinâmica da asa da aeronave.

O termo  $C_{Lg}$  denota a resposta transiente de sustentação de uma asa penetrando em uma rajada de canto vivo, conhecida como Equação de Küssner. Esta equação tem a forma:

$$\frac{1}{2\pi} C_{Lg}(s) = b_0 + b_1 \cdot e^{-\beta_1 s} + b_2 \cdot e^{-\beta_2 s} + b_3 \cdot e^{-\beta_3 s}$$

Esta equação é estudada por vários autores para diferentes geometrias de asa (alongamentos). A Tabela 5 apresenta alguns coeficientes apresentados por diversos autores.

**Tabela 5 – Coeficientes da Equação de Küssner**

| Cond. | AR       | M   | $b_0$ | $b_1$  | $b_2$  | $b_3$  | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ |
|-------|----------|-----|-------|--------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|
| 1     | $\infty$ | 0   | 1     | -0.236 | -0.513 | -0.171 | 0.116     | 0.728     | 4.84      |
| 2     | 6        | 0   | 1     | -0.448 | -0.272 | -0.193 | 0.580     | 1.45      | 6.00      |
| 3     | $\infty$ | 0   | 1     | -0.500 | -0.500 | 0      | 0.260     | 2.00      | 0         |
| 4     | $\infty$ | 0.7 | 1     | -0.402 | -0.461 | -0.137 | 0.1084    | 0.625     | 2.948     |

Em geral os coeficientes da condição 1, apesar de terem sido obtidos para alongamento infinito podem ser utilizados com bastante eficácia. De fato, para as equações acima a quantidade de interesse é apenas a forma da resposta transiente sendo que a sua

---

<sup>2</sup>  $s_1$  é apenas uma variável de integração.

intensidade depende da inclinação da curva de sustentação que é um fator multiplicador desta equação.

Como a equação da razão do ângulo de ataque efetivo devido à rajada e o ângulo máximo de rajada não contem a variável dependente, pode-se efetuar esta integração de forma direta.

O ângulo de ataque efetivo devido ao amortecimento do movimento vertical pode ser escrito como:

$$\alpha_e(s) = -\frac{c}{V} \int \frac{I}{2\pi} C_{La}(s-s_1) \frac{\ddot{z}}{V} ds_1$$

O termo  $C_{La}$  denota a resposta transiente de sustentação de uma asa sofrendo uma variação unitária de ângulo de ataque, conhecida como Equação de Wagner. Esta equação tem a forma:

$$\frac{I}{2\pi} C_{La}(s) = b_0 + b_1 \cdot e^{-\beta_1 s} + b_2 \cdot e^{-\beta_2 s} + b_3 \cdot e^{-\beta_3 s}$$

Da mesma forma que a equação Küssner, esta equação é estudada por vários autores para diferentes geometrias de asa (alongamentos) e na Tabela 6 estão apresentados alguns coeficientes propostos por diversos autores.

**Tabela 6 – Coeficientes da Equação de Wagner**

| Cond. | AR       | M   | $b_0$ | $b_1$  | $b_2$  | $b_3$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ |
|-------|----------|-----|-------|--------|--------|-------|-----------|-----------|-----------|
| 1     | $\infty$ | 0   | 1     | -0.165 | -0.335 | 0     | 0.090     | 0.600     | 0         |
| 2     | 6        | 0   | 1     | -0.361 | 0      | 0     | 0.762     | 0         | 0         |
| 3     | $\infty$ | 0   | 1     | -0.165 | -0.355 | 0     | 0.0910    | 0.6       | 0         |
| 4     | $\infty$ | 0.7 | 1     | -0.364 | -0.405 | 0.419 | 0.1072    | 0.714     | 1.804     |

Como a equação do ângulo de ataque efetivo devido ao amortecimento do movimento vertical possui a variável dependente, sua integração deve ser feita de forma iterativa durante a resolução da equação de movimento vertical da aeronave durante o vôo em rajada.

Uma vez calculado o ângulo de ataque efetivo da asa durante a rajada, e lembrando que o modelo considera apenas o movimento vertical da aeronave, pode-se escrever o acréscimo de carga na empenagem horizontal como:

$$\Delta L_{tg} = (1 - \epsilon_{\alpha w}) L_{\alpha s} \alpha_e (s)$$

### 5.3.3 DEFINIÇÃO DO CRITÉRIO REVISADO DE MANOBRA

Pode-se estudar a relação entre a razão de massa da aeronave e a aceleração vertical que a mesma irá sofrer ao penetrar uma rajada, considerando o modelo de um grau de liberdade apresentado acima.

À relação entre esta aceleração e a aceleração calculada através de uma análise estática considerando apenas o acréscimo de sustentação devido ao acréscimo de ângulo de ataque devido à rajada, dar-se o nome de coeficiente de alívio de rajada. Este coeficiente nada mais é que o alívio de carga que o amortecimento do movimento oferece durante a penetração da aeronave em uma rajada.

*Pratt* (1953) apresentou a definição deste parâmetro, criando então o critério revisado de rajada. *Pratt* propôs uma relação entre a razão de massa da aeronave e o fator de alívio de rajada a qual é utilizada até hoje pelos regulamentos aeronáuticos.

$$K_g = \frac{0.88\mu_g}{5.3 + \mu_g}$$

### 5.3.4 RESULTADOS DE UMA ANÁLISE DE RAJADA DE UM GRAU DE LIBERDADE

A Tabela 7 apresenta, parcialmente uma análise de rajada de uma aeronave com as seguintes características:

|                      |                              |                           |            |
|----------------------|------------------------------|---------------------------|------------|
| Área alar:           | 1951ft <sup>2</sup>          | Corda média aerodinâmica: | 199.7in    |
| Altitude:            | 20000ft                      | Velocidade (EAS):         | 337.9 keas |
| Mach:                | 0.754                        | Velocidade (TAS):         | 782.3 ft/s |
| Peso máximo          | 252000lb                     | Posição do CG:            | 0.204cma   |
| C <sub>mα</sub> :    | 3.2397rad <sup>-1</sup>      | ε <sub>α</sub> :          | 0.23       |
| L <sub>αs</sub> :    | 0.484×10 <sup>6</sup> lb/rad | U <sub>de</sub> :         | 50 ft/s    |
| Gradiente de rajada: | 208.02 ft                    | Comprimento da rajada     | 25 cordas  |

**Tabela 7 – Análise de rajada vertical – um grau de liberdade**

| Tempo | s      | $\Delta\alpha_w$ | $n_z-1$ | $\Delta L_t$ |
|-------|--------|------------------|---------|--------------|
| 0,233 | 10,938 | 3,626            | 1,154   | 23,573       |
| 0,236 | 11,094 | 3,67             | 1,168   | 23,861       |
| 0,239 | 11,25  | 3,712            | 1,181   | 24,132       |
| 0,243 | 11,406 | 3,751            | 1,193   | 24,387       |
| 0,246 | 11,563 | 3,787            | 1,205   | 24,625       |
| 0,249 | 11,719 | 3,821            | 1,216   | 24,845       |
| 0,253 | 11,875 | 3,852            | 1,226   | 25,046       |
| 0,256 | 12,031 | 3,881            | 1,235   | 25,23        |
| 0,259 | 12,188 | 3,906            | 1,243   | 25,395       |
| 0,263 | 12,344 | 3,928            | 1,25    | 25,541       |
| 0,266 | 12,5   | 3,948            | 1,256   | 25,667       |
| 0,269 | 12,656 | 3,964            | 1,261   | 25,775       |
| 0,273 | 12,812 | 3,978            | 1,266   | 25,863       |
| 0,276 | 12,968 | 3,988            | 1,269   | 25,931       |
| 0,279 | 13,124 | 3,996            | 1,271   | 25,979       |
| 0,283 | 13,28  | 4,000            | 1,273   | 26,007       |
| 0,286 | 13,436 | 4,001            | 1,273   | 26,015       |
| 0,289 | 13,592 | 4,000            | 1,273   | 26,003       |
| 0,293 | 13,748 | 3,995            | 1,271   | 25,971       |
| 0,296 | 13,904 | 3,987            | 1,268   | 25,919       |
| 0,299 | 14,06  | 3,976            | 1,265   | 25,847       |
| 0,302 | 14,216 | 3,961            | 1,26    | 25,755       |
| 0,306 | 14,372 | 3,944            | 1,255   | 25,643       |
| 0,309 | 14,528 | 3,924            | 1,248   | 25,512       |
| 0,312 | 14,684 | 3,901            | 1,241   | 25,361       |
| 0,316 | 14,84  | 3,875            | 1,233   | 25,191       |

### Exercício

Calcular o fator de carga máximo, a variação do ângulo de ataque e o acréscimo de carga na empenagem horizontal utilizando o critério de rajada de canto vivo e o critério de rajada revisado para a aeronave do exemplo acima.

Comentar os resultados.

### 5.3.5 ANÁLISE DE RAJADA DISCRETA COM DOIS GRAU DE LIBERDADE

Uma abordagem mais moderna para a análise do movimento da aeronave durante a penetração em uma rajada é a utilização das equações de dois graus de liberdade. Para esta análise as considerações utilizadas para análise com um grau de liberdade continuam válidas, com exceção que a aeronave, nesta abordagem, pode arfar, aumentando assim o número de graus de liberdade do problema.

As equações de movimento tornam-se:

$$\ddot{z}(s) = \frac{qS_w}{m} [C_{L\alpha_e} \alpha_e(s) + C_{L\alpha_t} \alpha_t(s_t)]$$

$$\ddot{\theta}(s) = \frac{qS_w c_w}{I_y} [C_{M\alpha_e} \alpha_e(s) + C_{M\alpha_t} \alpha_t(s_t)]$$

sendo os ângulos de ataque efetivo definido, para esta análise, conforme foi definido para a análise com um grau de liberdade. A diferença é que deve ser considerada a diferença entre a posição da asa e da empenagem dentro da rajada, assim, deve-se definir:

$$s_t = s - \frac{x_t}{c_w}$$

O acréscimo de ângulo de ataque na empenagem horizontal pode ser escrito como:

$$\Delta\alpha_t = \alpha_t(s_t) + \frac{l_t \dot{\theta}}{V_t}$$

Permitindo que o acréscimo de carga na empenagem horizontal seja calculado como:

$$\Delta L_t = L_{\alpha_t} \Delta\alpha_t$$

### 5.3.6 RESULTADOS DE UMA ANÁLISE DE RAJADA DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE

A Tabela 8 apresenta, parcialmente uma análise de rajada com modelo de dois graus de liberdade de uma aeronave com as mesmas características do exemplo anterior.

**Tabela 8 – Análise de rajada vertical – dois grau de liberdade**

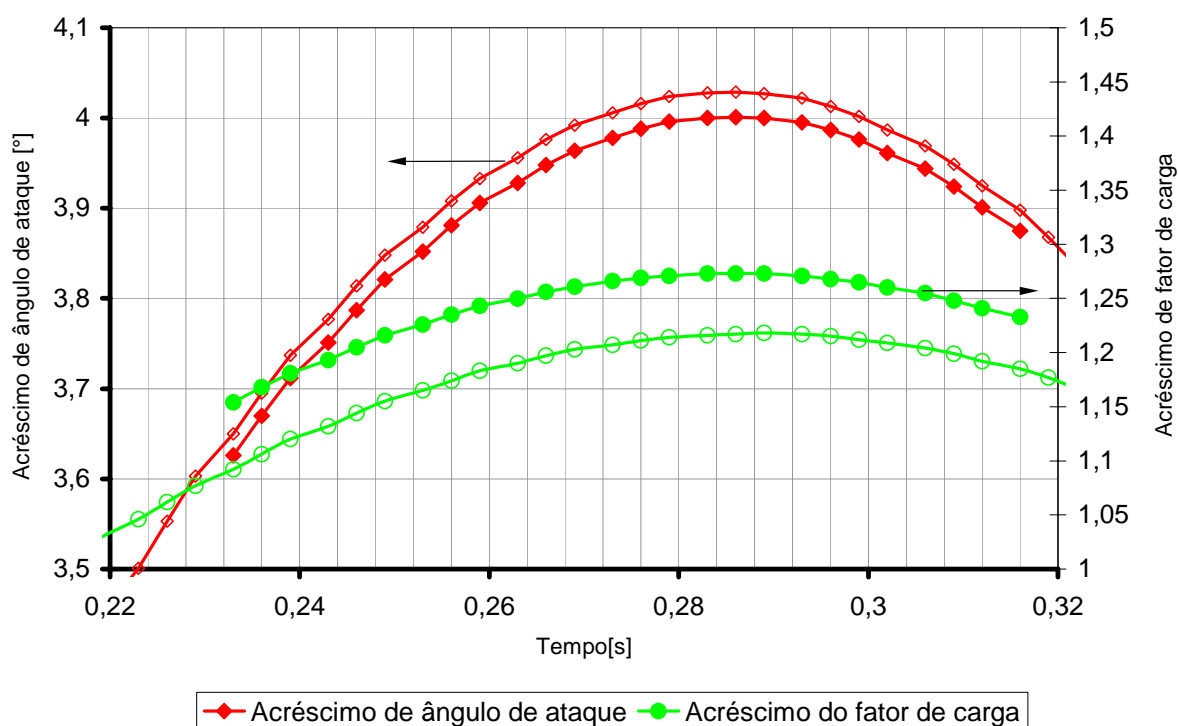
| Tempo | s      | $\Delta_{\alpha w}$ | $n_z-1$ | $\Delta L_t$ |
|-------|--------|---------------------|---------|--------------|
| 0,199 | 9,375  | 3,08                | 0,916   | 7,531        |
| 0,203 | 9,531  | 3,145               | 0,936   | 7,964        |
| 0,206 | 9,688  | 3,209               | 0,956   | 8,402        |
| 0,209 | 9,844  | 3,272               | 0,975   | 8,845        |
| 0,213 | 10,001 | 3,332               | 0,993   | 9,293        |
| 0,216 | 10,157 | 3,391               | 1,012   | 9,745        |
| 0,219 | 10,314 | 3,447               | 1,029   | 10,199       |
| 0,223 | 10,470 | 3,501               | 1,046   | 10,656       |
| 0,226 | 10,627 | 3,553               | 1,062   | 11,115       |
| 0,229 | 10,783 | 3,603               | 1,077   | 11,574       |
| 0,233 | 10,940 | 3,65                | 1,092   | 12,034       |
| 0,236 | 11,096 | 3,695               | 1,106   | 12,493       |
| 0,239 | 11,253 | 3,737               | 1,12    | 12,95        |
| 0,243 | 11,409 | 3,777               | 1,132   | 13,405       |
| 0,246 | 11,566 | 3,814               | 1,144   | 13,857       |
| 0,249 | 11,722 | 3,848               | 1,155   | 14,188       |
| 0,253 | 11,879 | 3,879               | 1,165   | 14,6         |
| 0,256 | 12,035 | 3,908               | 1,174   | 15,188       |
| 0,259 | 12,192 | 3,933               | 1,183   | 15,62        |
| 0,263 | 12,348 | 3,956               | 1,19    | 16,046       |
| 0,266 | 12,505 | 3,976               | 1,197   | 16,464       |
| 0,269 | 12,661 | 3,992               | 1,203   | 16,84        |
| 0,273 | 12,818 | 4,006               | 1,207   | 17,276       |
| 0,276 | 12,974 | 4,016               | 1,211   | 17,61        |
| 0,279 | 13,131 | 4,024               | 1,214   | 18,049       |
| 0,283 | 13,287 | 4,028               | 1,216   | 18,42        |
| 0,286 | 13,444 | 4,029               | 1,217   | 18,779       |
| 0,289 | 13,600 | 4,027               | 1,218   | 19,125       |
| 0,293 | 13,757 | 4,022               | 1,217   | 19,459       |
| 0,296 | 13,913 | 4,013               | 1,215   | 19,78        |
| 0,299 | 14,070 | 4,002               | 1,212   | 20,087       |
| 0,302 | 14,226 | 3,987               | 1,209   | 20,379       |
| 0,306 | 14,383 | 3,969               | 1,204   | 20,656       |
| 0,309 | 14,539 | 3,949               | 1,199   | 20,918       |
| 0,312 | 14,696 | 3,925               | 1,192   | 21,163       |
| 0,316 | 14,852 | 3,898               | 1,185   | 21,392       |
| 0,319 | 15,009 | 3,868               | 1,177   | 21,604       |
| 0,322 | 15,165 | 3,835               | 1,167   | 21,799       |
| 0,326 | 15,322 | 3,799               | 1,157   | 21,979       |
| 0,329 | 15,478 | 3,76                | 1,146   | 22,135       |
| 0,332 | 15,635 | 3,719               | 1,135   | 22,275       |
| 0,336 | 15,791 | 3,675               | 1,122   | 22,397       |
| 0,339 | 15,948 | 3,628               | 1,109   | 22,499       |
| 0,342 | 16,104 | 3,578               | 1,094   | 22,583       |
| 0,346 | 16,261 | 3,526               | 1,079   | 22,647       |



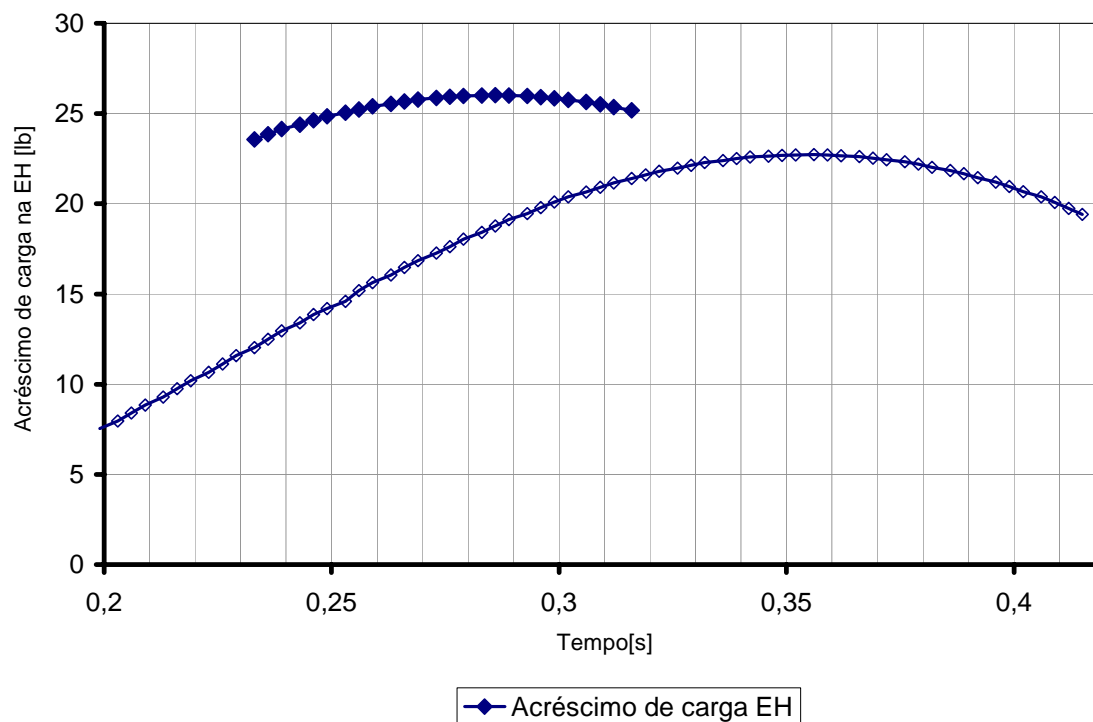
|       |        |       |       |        |
|-------|--------|-------|-------|--------|
| 0,349 | 16,417 | 3,471 | 1,063 | 22,691 |
| 0,352 | 16,574 | 3,414 | 1,047 | 22,715 |
| 0,356 | 16,730 | 3,355 | 1,03  | 22,719 |
| 0,359 | 16,887 | 3,293 | 1,012 | 22,704 |
| 0,362 | 17,043 | 3,23  | 0,993 | 22,668 |
| 0,366 | 17,200 | 3,164 | 0,974 | 22,612 |
| 0,369 | 17,356 | 3,096 | 0,954 | 22,535 |
| 0,372 | 17,513 | 3,026 | 0,933 | 22,439 |
| 0,376 | 17,669 | 2,955 | 0,912 | 22,322 |
| 0,379 | 17,826 | 2,881 | 0,89  | 22,185 |
| 0,382 | 17,982 | 2,807 | 0,868 | 22,029 |
| 0,386 | 18,139 | 2,731 | 0,846 | 21,852 |
| 0,389 | 18,295 | 2,653 | 0,823 | 21,656 |
| 0,392 | 18,452 | 2,574 | 0,799 | 21,44  |
| 0,396 | 18,608 | 2,494 | 0,775 | 21,205 |
| 0,399 | 18,765 | 2,413 | 0,751 | 20,952 |
| 0,402 | 18,921 | 2,331 | 0,727 | 20,679 |
| 0,406 | 19,078 | 2,249 | 0,702 | 20,388 |
| 0,409 | 19,234 | 2,165 | 0,677 | 20,079 |
| 0,412 | 19,391 | 2,081 | 0,652 | 19,752 |
| 0,415 | 19,547 | 1,997 | 0,627 | 19,408 |

A Figura 4 e a Figura 5 apresentam uma comparação entre os resultados obtidos através da análise com o modelo de um grau de liberdade e com o modelo de dois graus de liberdade.

Pode-se observar que os resultados obtidos com os dois modelos são coerentes. Os resultados obtidos com o modelo de um grau de liberdade são, em geral, mais conservativos, mas podem ser considerados bastantes satisfatórios do ponto de vista de engenharia.



**Figura 4 – Comparação entre os resultados das análises com um grau de liberdade e dois graus de liberdade**



**Figura 5 – Comparação do acréscimo de carga na empennagem horizontal obtido através da análise com um e dois graus de liberdade**

## 5.4 RAJADA LATERAL

As condições de rajada lateral, historicamente, têm se mostrado de grande importância tanto para o projeto estrutural da aeronave quanto para o projeto de sistemas de vôo, como por exemplo, *yaw damper*.

As análises de rajada lateral são efetuadas de forma semelhante às análises de rajada vertical. Entretanto, como este tipo de rajada afeta diretamente as superfícies de comando verticais (empenagens verticais), deve-se utilizar a razão lateral de massa para calcular o fator de alívio de rajada.

$$\mu_v = \frac{2I_z}{(\rho \cdot c_v \cdot C_{L\beta v} \cdot S_v \cdot l_v^2)}$$

$$K_{gv} = \frac{0.88 \cdot \mu_v}{(5.3 + \mu_v)}$$

Assim, a carga na empenagem vertical devido à rajada lateral pode ser escrita como:

$$L_v = K_{gv} \cdot \frac{l}{2} \cdot \rho \cdot U_{de} \cdot V_e \cdot C_{L\beta v} \cdot S_v$$

Para as análise dinâmicas, deve-se observar que os coeficientes da função de *Küssner* e *Wagner* podem ser ligeiramente modificados tornando-se mais representativos para os alongamentos comuns de empenagens horizontais. Em geral utiliza-se estes coeficientes para asas com alongamento próximo de 3.0.

## 5.5 RAJADAS OBLÍQUAS

As rajadas oblíquas, ou assimétricas, são definidas de acordo com os parágrafos 427 das normas aeronáuticas. Este parágrafo determina que para empenagens horizontais com diedro maior que  $10^\circ$  ou para empenagens horizontais que são suportadas pela empenagem vertical, devem ser analisadas rajadas oblíquas atuando em qualquer orientação perpendicular à direção de vôo, com as intensidades já definidas anteriormente.

As cargas devido às rajadas oblíquas podem ser calculadas a partir das cargas de rajada verticais e laterais, calculadas individualmente. A relação que deve ser usada é:

$$L_{lat} = \left( \frac{U_{lat}}{U_{ds}} \right) L_{lat\ des}$$

$$L_{ver} = \left( \frac{U_{ver}}{U_{ds}} \right) (L_{ver\ des} - BTL) + BTL$$

$$U_{lat} = U_{ds} \cos \phi$$

$$U_{ver} = U_{ds} \sin \phi$$

onde  $L_{lat}$  denota a carga de rajada lateral devido a rajada oblíqua,  $L_{ver}$  denota a carga de rajada vertical devido a rajada oblíqua,  $L_{lat\ des}$  denota a carga de rajada devido a rajada lateral,  $L_{ver\ des}$  denota a carga de rajada devido a rajada vertical,  $BTL$  denota a carga de equilíbrio na empenagem horizontal e  $\phi$  denota o ângulo de inclinação da rajada oblíqua.

### Exercício

Calcular as cargas de rajada oblíqua entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  para a aeronave com as seguintes características:

$$BTL = -19815\ lb$$

$$L_{ver\ des} = -45527\ lb$$

$$L_{lat\ des} = 32833\ lb$$

Deve-se observar que o cálculo da carga de rajada oblíqua através da simples combinação quadrática das cargas de rajada vertical e lateral será um artifício conservativo que poderá, na maioria dos casos, proporcionar aumento de peso desnecessário na aeronave.

$$L_{oblíqua} = \sqrt{(L_{ver\ des}^2 + L_{lat\ des}^2)}$$

**Exercício**

Calcular as cargas de rajada oblíqua entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  para a aeronave do exemplo anterior utilizando a combinação quadrática das cargas de rajada lateral e vertical

**5.6 RAJADA FRONTAL**

Os critérios de rajada frontal são, em geral, importantes para a análise de cargas nos dispositivos de hipersustentação, tanto do ponto de vista estrutural, como do ponto de vista de manobra (limites de estol).

Os regulamentos nos seus parágrafos 345 determinam que velocidade de rajada deve ser de 25 ft/s (*eas*).

A análise, em geral, é feita considerando a aeronave em vôo reto nivelado, e o fator de carga devido à rajada frontal é calculado devido à alteração da pressão dinâmica devido o aumento da velocidade, considerando que a aeronave não altera o seu ângulo de ataque.

## 6 CARGAS NA EMPENAGEM HORIZONTAL

As cargas na empenagem horizontal podem ser consideradas um dos aspectos mais importantes da análise de cargas de uma aeronave, isto porque sua influência no projeto de outras partes da aeronave é bastante significativa. Dentre as principais partes que são afetadas pelas cargas na empenagem horizontal de uma aeronave, pode-se citar:

- A própria empenagem horizontal e o profundor;
- A estrutura traseira da fuselagem;
- A seção central da fuselagem;
- Os mecanismos de comando.

O objetivo do engenheiro de cargas deve ser obter o envelope de cargas da empenagem horizontal, o qual define as combinações de força e momento que atuam na empenagem horizontal nas situações críticas.

As causas das cargas da empenagem horizontal são:

- Carga de balanceamento
- Cargas de manobra (arfagem, guinada e rolamento)
- Cargas de rajada (vertical, lateral, oblíqua)

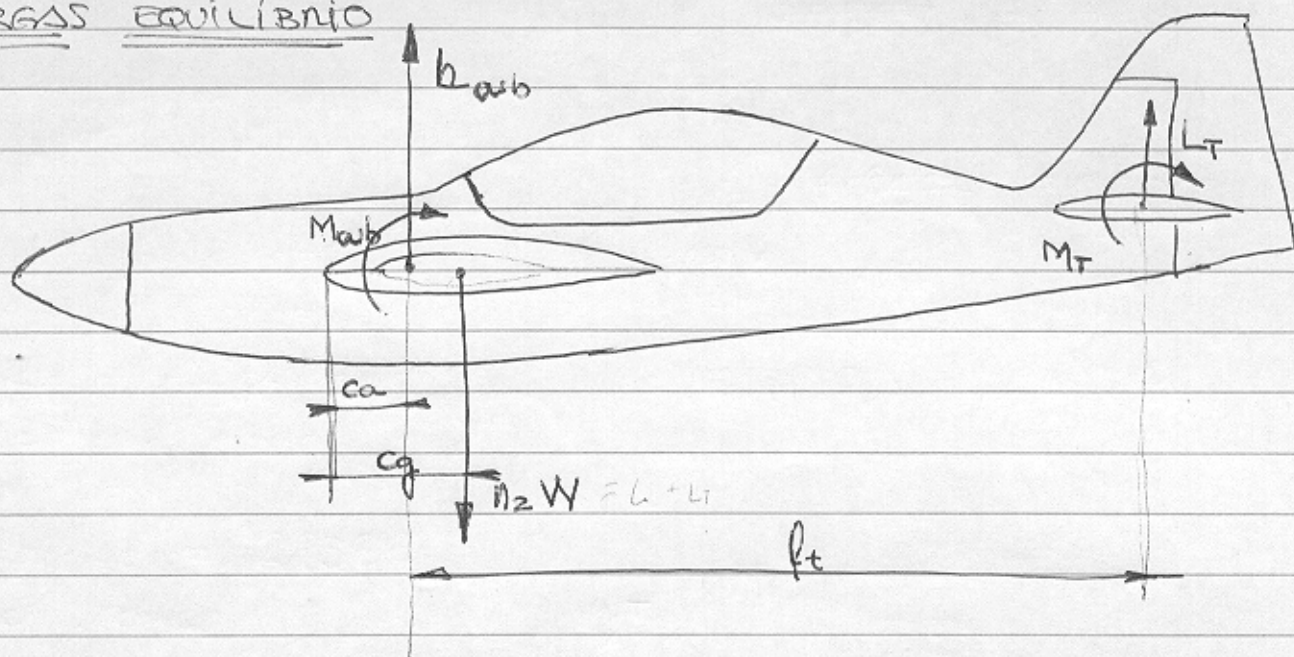
### **Exercício**

Calcular as cargas na empenagem horizontal da aeronave CEA-308

# CAPÍTULO 6

①

## CARGAS EQUILÍBRIO



OS ARRESTOS ESTÃO ALINHADOS COM A TRUQAÇÃO.

PARA EFEITO DE EQUILÍBRIO  $M_T$  SEMÉ CONSIDERADO À PRIORI, DESPREZÍVEL.

FAZENDO EQUILÍBRIO EM TORNO DO ca =  $\phi$

$$n_z W \cdot (c_g - c_a) + M_{aub} = L_T \cdot l_t$$

$$\therefore L_T = \left[ n_z W (c_g - c_a) + M_{aub} \right] \cdot \frac{1}{l_t}$$

PODE-SE RESOLVER ENTÃO  $L_T \times V$  <sup>①</sup> PARA VÁRIOS  $n_z$  (OBSERVAR  $n_z$  MÁXIMAS E MÍNIMAS NO DIAGRAMA  $V-n$ ).

① OBSERVARQUE  $M_a = \frac{1}{2} \rho V^2 C_{ma} \cdot S \cdot \bar{c}$  É FUNÇÃO DE  $V$

COM OS VALORES DE  $L_T$  PODE-SE CALCULAR  $L_{wb}$

$$\eta_2 W = L_{wb} + L_T$$

SABE-SE QUE:

$$C_{LW} = \left[ \overset{\text{I}}{K_{w(t)} + K_{plw}} \right] \cdot \overset{\text{II}}{a} \cdot \overset{\text{III}}{\frac{(\alpha - \alpha_{ow})}{57.3}} \cdot \overset{\text{IV}}{\frac{S_e}{S}}$$

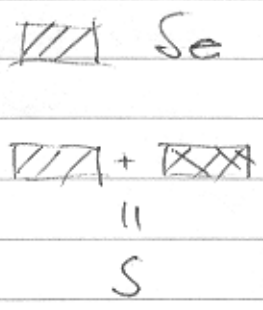
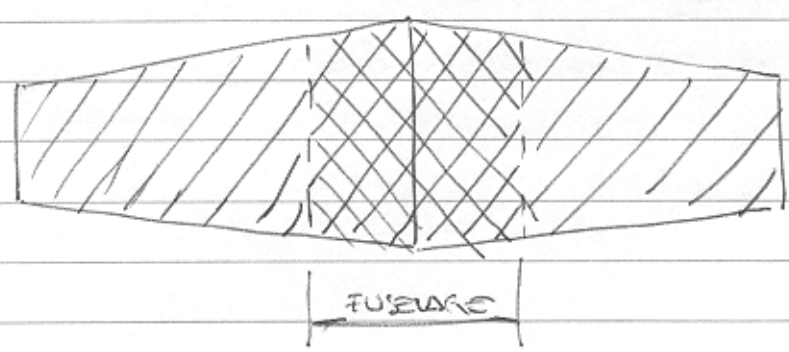
EMPÍRICO  
→  
RENCÃO

$$C_{LB} = \frac{(\alpha - \alpha_{ow})}{57.3 \cdot S} \left[ \frac{K \cdot \pi \cdot D^2}{2} + \eta C_{oc} \cdot \frac{(\alpha - \alpha_{of})}{57.3} \right]$$

$C_L$  (CILINDRO) /  
 $C_L$  (FUSELAGEM)

$$\parallel \int_{x_0}^{x_f} d \cdot dx$$

- Ⓘ FATORES DE INFLUÊNCIA ASS-FUSELAGEM E FUSELAGEM - ABS
- Ⓜ  $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$  ABS
- Ⓝ ANGULO ADQUE EFETIVO DA ABS (rad)
- ⓓ RAZÃO DE ÁREAS EFETIVA DA ASS





(3)

PAND CEA-308

$$C_{Lwb} = \frac{(\alpha - 0)}{57.3 \cdot 4.74} \left[ \frac{0.886 \cdot \pi \cdot 0.6681^2}{2} + 0.6551 \cdot 1.2 \cdot \frac{(\alpha - 0)}{57.3} \right. \\ \left. \cdot 0.4621 \right] + \\ + \frac{[1.06 - 0.14] \cdot \alpha \cdot (\alpha + 2.5)}{57.3} \cdot \frac{4.1851}{4.74}$$

PODE-SE ENTÃO CALCULAR O ÂNGULO DE ATAQUE DA FUSELAGEM: ENI FUNÇÃO DE  $V$ , PAMS VÔO EQUILIBRADO E P/ VÔO  $n_2 \neq 1$ .  
 $\hookrightarrow n_2 = 1$

COM  $\alpha \rightarrow$  CALCULA-SE  $\alpha_w = \alpha + i\omega$

QUER-SE QUE:

$$C_{L_T} = \frac{\partial C_{L_T}}{\partial \alpha_T} \cdot (\alpha_T - \alpha_{0T}) + \frac{\partial C_{L_T}}{\partial \delta e} \cdot \delta e$$

$$C_{L_T} = \frac{\partial C_{L_T}}{\partial \alpha_T} \cdot (\alpha_T - \alpha_{0T}) + \frac{\partial C_{L_T}}{\partial \delta e} \cdot \delta e$$

ASSIM CALCULA-SE  $\alpha_T$  E  $\delta e$ , ENI FUNÇÃO DE  $V$  PAMS VÁRIOS  $n_2$ .

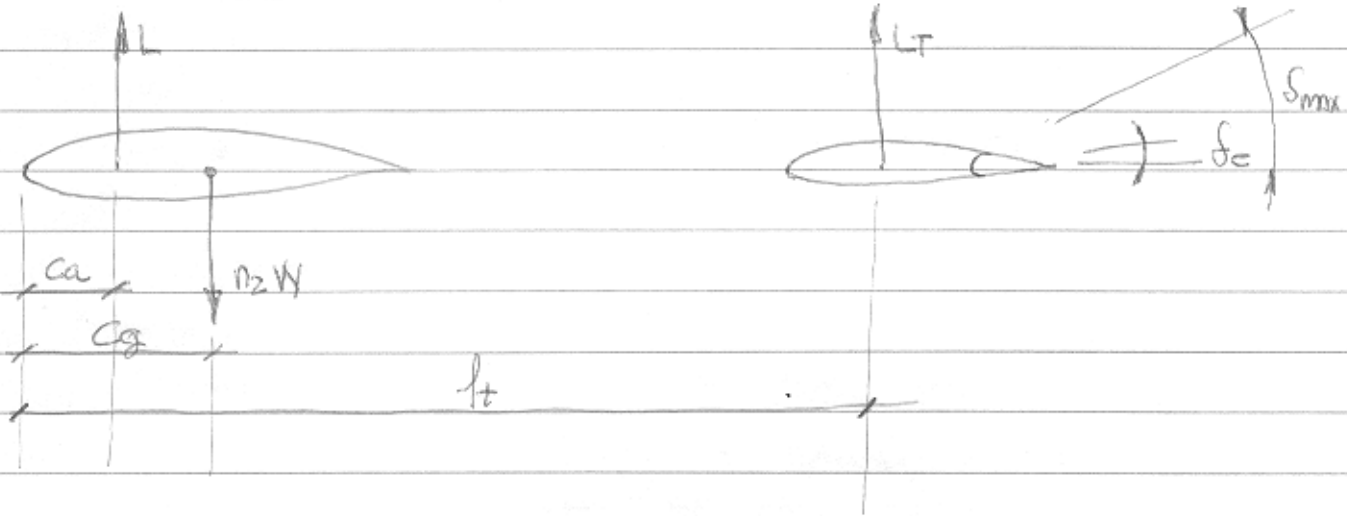
$$C_{MT} = \frac{\partial C_{MT}}{\partial \alpha_T} \cdot (\alpha_T + \frac{\partial \alpha_T}{\partial \delta_e}) \cdot \delta_e$$

VERIFICAR A INFLUÊNCIA DE  $C_{MT}$  NO

CÁLCULO DE EQUILÍBRIO. SE FOR  $> 5\%$

EFETUAR EMPÍRICAMENTE ITENSIVAMENTE

MANOBRAS NAS CONDIÇÕES



$$\Delta \delta^+ = \delta_{max}^+ - \delta_e$$

$$\Delta \delta^- = \delta_{max}^- - \delta_e$$

MANOBRAS  $\rightarrow V_A \rightarrow \delta_e = \delta_e|_{V_A}$

$$\frac{\partial C_H}{\partial \eta}$$

$$M_H = \frac{1}{2} \rho V^2 S_H \bar{C}_H \cdot b_z \Delta \eta$$

$$P_e = m_e \cdot M_H \quad \rightarrow \quad P_e = P_{e \max}$$

$$\therefore \Delta \eta = \frac{P_{e \max}}{m_e} \cdot \frac{2}{\rho S_H \bar{C}_H V^2}$$

$$\Delta C_{LT} = \frac{\partial C_{LT}}{\partial \alpha_T} \cdot \Delta \alpha_T + \frac{\partial C_{LT}}{\partial f_e} \cdot \Delta f_e$$

INICIALMENTE ADMITE-SE  $\Delta \alpha_T = 0$

LEMBRAR DIAGRAMA TIME-HYSTONIA DESTA MANOBRA.

NA REALIDADE:

$$\frac{\partial C_{LT}}{\partial f_e} \cdot \Delta f_e \cdot [K] = \Delta C_{LT}$$

$K \approx 0.90$  ???

VAMOS ADOPTAR O MAIS CONSERVATIVO.

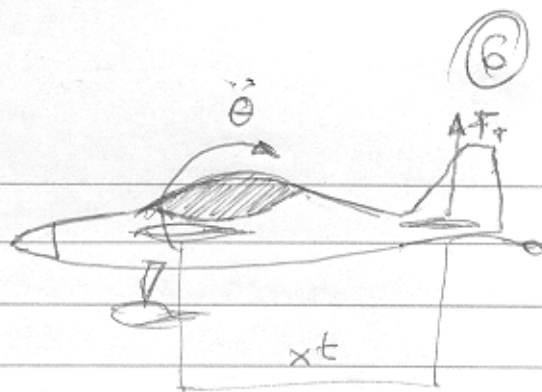
$$C_{MT} = \frac{\partial C_{MT}}{\partial \alpha_T} (\alpha_T - \alpha_{oc}) + \frac{\partial C_{MT}}{\partial f_e} \cdot f_e$$

$$\Delta C_{MT} = \frac{\partial C_{MT}}{\partial f_e} \Delta f_{max}$$

MANOBRA CORRIGIDA

MANOBRA CORRIGIDA.

VELOCIDADE  $> V_A$ .



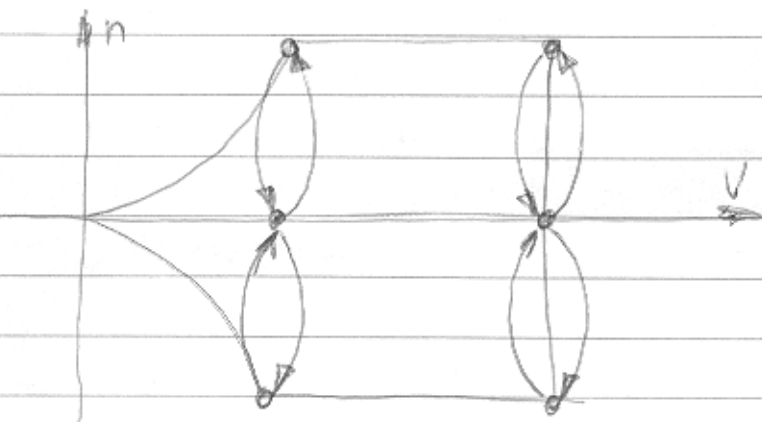
|                | $n_z$      | $\ddot{\theta}$                                  |
|----------------|------------|--|
| FORÇA P/ BAIXO | 1          | $+\frac{20.1}{V[m/s]} n_{zmax} (n_{zmax} - 1.5)$ |
| FORÇA P/ CIMA  | $n_{zmax}$ | $-\frac{20.1}{V[m/s]} n_{zmax} (n_{zmax} - 1.5)$ |

$$A_{T_T} = -\frac{I_y \ddot{\theta}}{x_t}$$

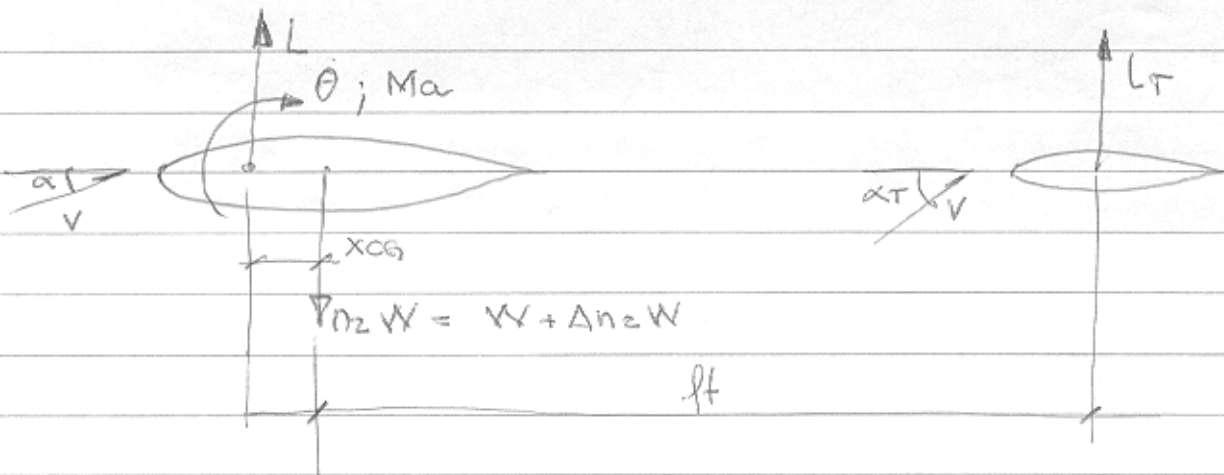
ESTE É UM CRITÉRIO DE ACELERAÇÃO MÍNIMO.

O CRITÉRIO DE ACELERAÇÃO MÁXIMA É:

DEFLEXÃO BRUSCA DO PROFUNDOR (OBSERVE QUE  $\bar{n}$  É MÁXIMA) PARA FAZER AS SEGUINTE MANOBRAS



(7)



NO EQUILIBRIO VÔO NIVELADO

$$L = W; \quad \dot{\theta} = 0; \quad \ddot{\theta} = 0$$

$$n_2 = 1 \rightarrow \Delta n_2 = 0$$

$$M_a + W \cdot x_{cg} = L_T \cdot (l_t + x_{cg})$$

NA MANOBRAS  $L' = W; \quad \dot{\theta} \neq 0; \quad \ddot{\theta} \neq 0$ 

$$n_2 = n_2 \triangleq \frac{L'}{W} \quad \Delta n_2 = (n_2 - 1)$$

$$M_a + n_2 W \cdot x_{cg} = L_T (l_t + x_{cg}) + \Delta L_T (l_t + x_{cg})$$

$$\Delta n_2 W \cdot x_{cg} = \Delta L_T (l_t + x_{cg}) \cong \Delta L_T l_t$$

$$\Delta L_T = \Delta n_2 \cdot W \cdot \frac{x_{cg}}{l_t}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad L' = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_L + \Delta C_L)$$

$$n_2 W = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_L + \Delta C_L) = W + \frac{1}{2} \rho V^2 S \Delta C_L$$

$$\Delta C_L = \frac{(n_2 - 1) W \cdot 2}{\rho V^2 S}$$

$$\rightarrow \Delta C_L = (n_2 - 1) \cdot C_L$$

MAS NO INSTANTE DA MANOBRAS ONDE  $A_z = A_{max} > 1$   
 PODE-SE CONSIDERAR

MOS NA MANOBRAS  $\dot{\theta} \neq 0$  ;  $\ddot{\theta} \neq 0$  E DOIS  
 EFEITOS PODEM SER CONSIDERADOS.

$$\Delta R_{t1}$$

- ① COM O AUMENTO DO ANGULO DE ATAQUE O ANGULO DE DOWN-WASH DIMINUI AUMENTA; DIMINUINDO O ANGULO DE ATAQUE EFETIVO DA ~~E.H.~~ <sup>E.H.</sup> EM RELACÃO AO DO ASA, DIMINUINDO A FORÇA NA EMP. HOR.

$$\Delta R_{t2}$$

- ② COM A VELOCIDADE  $\dot{\theta}$  MAIOR QUE ZERO SURTE UMA COMPONENTE VERTICAL DE VELOCIDADE NA E.H. PARA CIMA, DIMINUINDO O ANGULO DE ATAQUE DA E.H. E ASSIM DIMINUINDO A FORÇA NA E.H.

DEDUÇÃO  $\Delta R_{t1}$

$$\alpha_T = \alpha \cdot \left( 1 - \frac{de}{dx} \right) + i_t$$

$$\alpha_T + \Delta \alpha_T = (\alpha + \Delta \alpha) \left( 1 - \frac{de}{dx} \right) + i_t$$

$$\Delta \alpha_T = \Delta \alpha \cdot \left( 1 - \frac{de}{dx} \right)$$

(9)

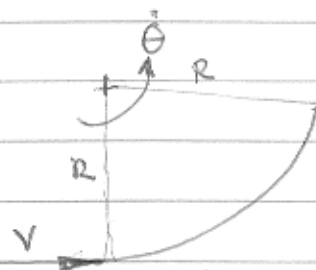
$$\text{mas} \quad \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha = A C_L \Rightarrow \Delta \alpha = A C_L \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial C_L}$$

$$\Delta x_{T_0} = A C_L \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial C_L} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right)$$

$$\Delta F_{T1} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_T \frac{\partial C_{LT}}{\partial \alpha} \cdot A C_L \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial C_L} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \rho V^2 S_T \frac{\partial C_{LT}}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial C_L} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right) \cdot (n_2 - 1) \cdot \frac{W \cdot Z}{\rho V^2 S}$$

$$\Delta F_{T1} = (n_2 - 1) W \cdot \frac{S_T}{S} \cdot \frac{\partial C_{LT}}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial C_L} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right)$$

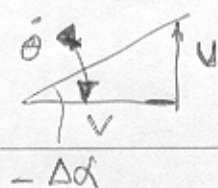
DEDUÇÃO  $\Delta F_{T2}$ 

$$a_c = \frac{L' - W}{m} = \frac{L' - W}{W} \cdot g = \left(\frac{L'}{W} - 1\right) g = (n - 1) g$$

$$a_c = V \cdot \dot{\theta} \rightarrow a_c =$$

$$\dot{\theta} = \frac{(n-1)g}{V} = \frac{g}{V} \cdot \frac{\rho V^2 S A C_L}{2W} = \left[ \dot{\theta} = \frac{g \cdot \rho S V A C_L}{2W} \right]$$





$$v = \dot{\theta} \cdot l_t$$

$$\Delta x = \frac{\dot{\theta} \cdot l_t}{V}$$

(10)

$$\Delta x = \frac{\dot{\theta} \cdot l_t}{V} = g \frac{\rho S V A C_L \cdot l_t}{2W V}$$

$$\Delta F_{t2} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_T \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cdot \frac{f \cdot S}{2W} \cdot (n_2 - 1) \cdot \frac{2W}{\rho V^2 S} \cdot \frac{l_t}{V}$$

$$\Delta F_{t2} = \frac{1}{2} \rho S_T \cdot g \cdot (n_2 - 1) \cdot \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cdot l_t$$

$$\Delta F_{t2} = (n_2 - 1) W \cdot \frac{f}{2} \frac{S_T \cdot \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cdot l_t}{m}$$

Assim:

$$AF = (n_2 - 1) W \left[ \frac{x_{ca}}{l_t} - \frac{S_T}{S} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial C_L} \left( 1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) - \frac{f}{2} \frac{S_T \cdot l_t \cdot \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}}{m} \right]$$

Assim PODE-SE CALCULAR AS CARGAS DE MANOBRA CORRIGIDAS P/  $V_A < V < V_D$  DE ~~MAN~~  $n_2 = 1 \rightarrow n_2 \max^+$  DE  $n_2 \max^+ \rightarrow n_2 = 1$  ) DE  $n_2 = 1 \rightarrow n_2 \max^-$  DE  $n_2 \max^- \rightarrow n_2 = 1$ .

~~CROSS DE RAJADA~~

$$\Delta \alpha_t = \left[ \frac{\partial \alpha}{\partial C_L} \left( 1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) + \frac{g \rho S l_t}{2W} \right] \Delta C_L$$

(n-1) C<sub>L</sub>

FAZENDO O EQUILÍBRIO DE MOMENTO DA AERONAVE, TEM-SE:

NO VÔO NIVELADO, EM TERMOS DE COEFICIENTES.

$$C_{m\alpha} + C_L \frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{S_t}{S} \frac{l_t}{\bar{c}} \left[ \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha} \cdot \alpha_t + \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta} \cdot \delta_e \right] = 0$$

obs:  $\alpha_t$  e  $\delta_e$  DEVEM SER REFERENCIADOS EM RELAÇÃO AOS ÂNGULOS DE SUST. NULA.

DURANTE UMA MANOBR. EQUILIBRADA

$$C_{m\alpha} + (C_L + \Delta C_L) \cdot \frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{S_t}{S} \frac{l_t}{\bar{c}} \cdot \left[ \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha} (\alpha_t + \Delta \alpha_t) + \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta} (\delta_e + \Delta \delta) \right] = 0$$

$$\therefore \Delta C_L \frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{S_t}{S} \frac{l_t}{\bar{c}} \cdot \left[ \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha} \Delta \alpha_t + \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta} \Delta \delta \right] = 0$$

$$\therefore \Delta \delta = \frac{(n-1) C_L}{\bar{V} \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta}} \cdot \left[ \frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \bar{V} \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial C_L} \left( 1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) + \frac{g \rho S l_t}{2W} \right) \right]$$

$$\Delta C_{MT} = \frac{\partial C_{MT}}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial C_{MT}}{\partial f} \Delta f$$

### CARGAS DE RAJADA

$$\Delta L_g = \frac{1}{2} \rho S v^2 \cdot \frac{\partial C_L}{\partial x} \Delta x$$

$$L_{TG} = L_{Tn-1} + \Delta L_{Tg}$$

$$\Delta x_w = \frac{\Delta L_g}{\frac{1}{2} \rho S v^2 \frac{\partial C_L}{\partial x}}$$

$$\Delta L_{Tg} = \left(1 - \frac{de}{dx}\right) \cdot \Delta x_w \cdot \frac{\partial L_T}{\partial x}$$

$$\Delta L_g = \frac{\partial L}{\partial x} \cdot \Delta x_w \quad \therefore \Delta x_w = \frac{\Delta L_g}{\frac{\partial L}{\partial x}}$$

$$\Delta L_g = (n_g - 1) \cdot W = \Delta n_g \cdot W$$

$$\frac{1}{2} \rho K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot \frac{\partial C_L}{\partial x} \cdot S_w \cdot f$$

$$\Delta x_w = \frac{\frac{1}{2} \rho K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot S_w}{\frac{K_g \cdot U_{de}}{V}}$$

$$\Delta L_{Tg} = \frac{1}{2} \rho K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot \frac{\partial C_L}{\partial x} \cdot S$$

$$\Delta L_{Tg} = \left(1 - \frac{de}{dx}\right) \cdot \frac{K_g \cdot U_{de}}{V} \cdot \frac{\partial L_T}{\partial x}$$

$$\frac{\partial L_T}{\partial x_{T2}} = \frac{1}{2} \rho S_T V^2 \cdot \frac{\partial C_{LT}}{\partial \alpha}$$

$$\Delta L_{Tg} = \left(1 - \frac{de}{d\alpha}\right) \cdot K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot S_T \cdot \frac{1}{2} \rho \frac{\partial C_{LT}}{\partial \alpha}$$

como  $\delta_e = \delta_c$  vão mudando  $\rightarrow \Delta f = 0$

$$\alpha = \alpha_e + \Delta \alpha_{Tg}$$

$$\Delta C_{mg} = \frac{\partial C_{mg}}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha_{Tg}$$

$$\Delta \alpha_T = \Delta \alpha_i \left(1 - \frac{de}{d\alpha}\right)$$

## 7 CARGAS NA EMPENAGEM VERTICAL

As cargas na empenagem vertical também são de extrema importância para o projeto de uma aeronave. Sua influência, semelhantemente à empenagem horizontal, é bastante significativa, interferindo em:

- A própria empenagem vertical e leme de direção;
- A estrutura traseira da fuselagem;
- A seção central da fuselagem;
- Os mecanismos de comando.

O objetivo do engenheiro de cargas deve ser obter o envelope de cargas na empenagem vertical, o qual define as combinações de força e momento que atuam nesta empenagem nas situações críticas de carregamento.

As causas das cargas da empenagem vertical são:

- Cargas de manobras (guinada, falha de motores e rolamento);
- Cargas de rajada (lateral e oblíqua).

Caso a empenagem horizontal seja em  $T$ , suas cargas terão ação direta sobre a empenagem vertical.

Os cálculos das cargas na empenagem vertical podem ser conduzidos de forma semelhante ao cálculo de cargas na empenagem horizontal, guardadas as devidas considerações que são particulares a empenagem vertical:

- Coeficientes aerodinâmicos devem ser relativos à empenagem vertical;
- A força de equilíbrio em voo reto nivelado é nula;

- O peso não exerce influência no equilíbrio lateral da aeronave, fazendo com que este movimento (guinada) não seja afetado pelo fator de carga de vôo.

Os itens 4.3.2 e 4.3.3 do *Capítulo 4* desta apostila apresentam as equações de equilíbrio para a aeronave em vôo guinado devido à deflexão do leme de direção e devido à falha dos motores. Estas equações podem ser resolvidas para determinar a relação entre os ângulos de guinada, derrapagem e deflexão do leme.

As condições de manobras que devem ser analisadas são apresentadas no item 4.3.1 do *Capítulo 4* desta apostila, a saber:

Com a aeronave voando entre as velocidades  $V_{MC}^1$  e  $V_D$ , considerando a velocidade de guinada igual a zero:

- **Manobra I** – com a aeronave em vôo de velocidade constante e ângulo de guinada igual a zero, ocorre uma deflexão abrupta do leme de direção até sua máxima deflexão limitada pelos batentes de comando ou pelo limite de força do piloto<sup>2</sup>.
- **Manobra II** – com a deflexão do leme da *Manobra I* admite-se que a aeronave esteja voando com o ângulo de guinada correspondente ao ângulo de derrapagem máximo (*overswing sideslip angle*).
- **Manobra III** – com a deflexão do leme da *Manobra I* admite-se que a aeronave esteja voando com o ângulo de derrapagem estático (*steady sideslip*).

---

<sup>1</sup> Velocidade mínima de controle – menor velocidade que se tem controle direcional da aeronave caso ocorra assimetria devido à falha de motores.

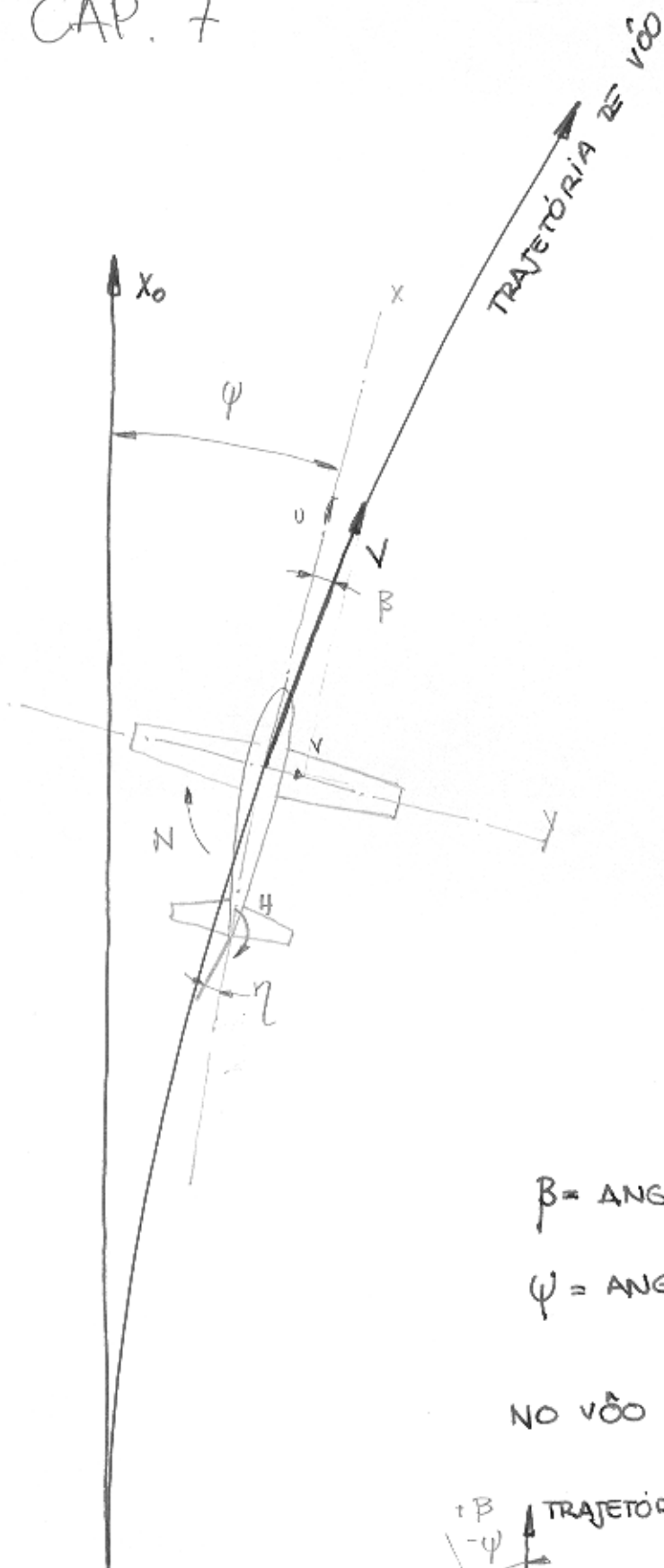
<sup>2</sup> Este limite de força para o *FAR Part-25* é de *300lbf* de  $V_{MC}$  até  $V_A$  e *200lbf* de  $V_C/M_C$  até  $V_D/M_D$ , com interpolação linear entre  $V_A$  e  $V_C/M_C$ , já para o *JAR 25* é de *200lbf*. Na realidade este limite é puramente didático, pois os sistemas de comando atuais permitem a deflexão do leme de direção até sua deflexão máxima com muito menos que este valor de força no pedal.

- **Manobra IV** – com a aeronave voando com o ângulo de derrapagem estático (*steady sideslip angle*), admite-se que ocorra a deflexão brusca do leme até sua posição neutra.

### **Exercício**

Utilizando como roteiro as anotações do *Capítulo 6* (dedução das equações simplificadas para o cálculo das cargas na empenagem horizontal), deduza e apresente as equações para o cálculo das cargas na empenagem vertical. Atenção especial deve ser dada na apresentação das considerações para simplificação.

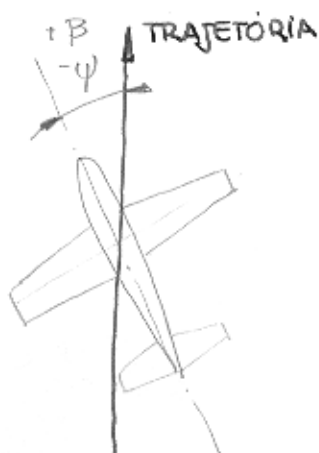
# CAP. 7



$\beta$  = ANGULO DE DERRAPAGEM

$\psi$  = ANGULO DE GUINADA

NO VÔO RETO :



$$\beta = -\psi$$



# CARGAS   EMPENAGEM   VERTICAL.

1

## MANOBRA I

- LIMITE DE VELOCIDADE (JAR-VLA 441 a)

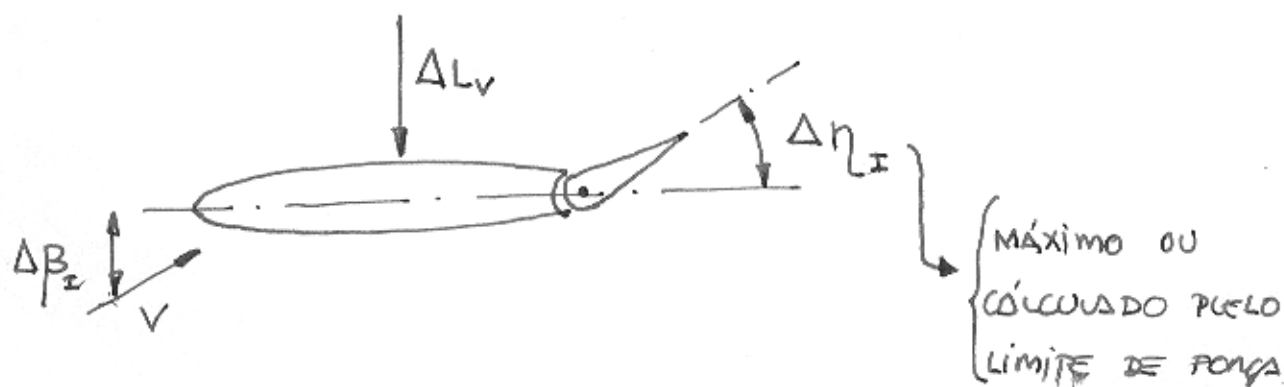
$$V \leq V_A$$

- LIMITE DE FORÇA NOS COMANDOS.

$$M_H = \frac{1}{2} \rho V^2 S_H \bar{c}_H \cdot \left[ \frac{2C_H}{2\eta} \cdot \Delta\eta + \frac{2C_H}{2\beta} \cdot \Delta\beta \right]$$

$$P = m_e \cdot M_H$$

$$P_{\max} = m_e \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 S_H \bar{c}_H \cdot \left[ b_1 \cdot \Delta\beta_I + b_2 \cdot \Delta\eta_I \right]$$



$$\Delta\beta_I = 0^\circ \quad (\text{VÔO RETO NIVELADO})$$

$$\Delta L_v = \frac{1}{2} \rho V^2 S_v \cdot \left[ \frac{\partial C_{L_v}}{\partial \eta} \cdot \Delta \eta_I \right]$$

A FORÇA NA EMP. VERTICAL PARA EQUILÍBRIO É NULA:

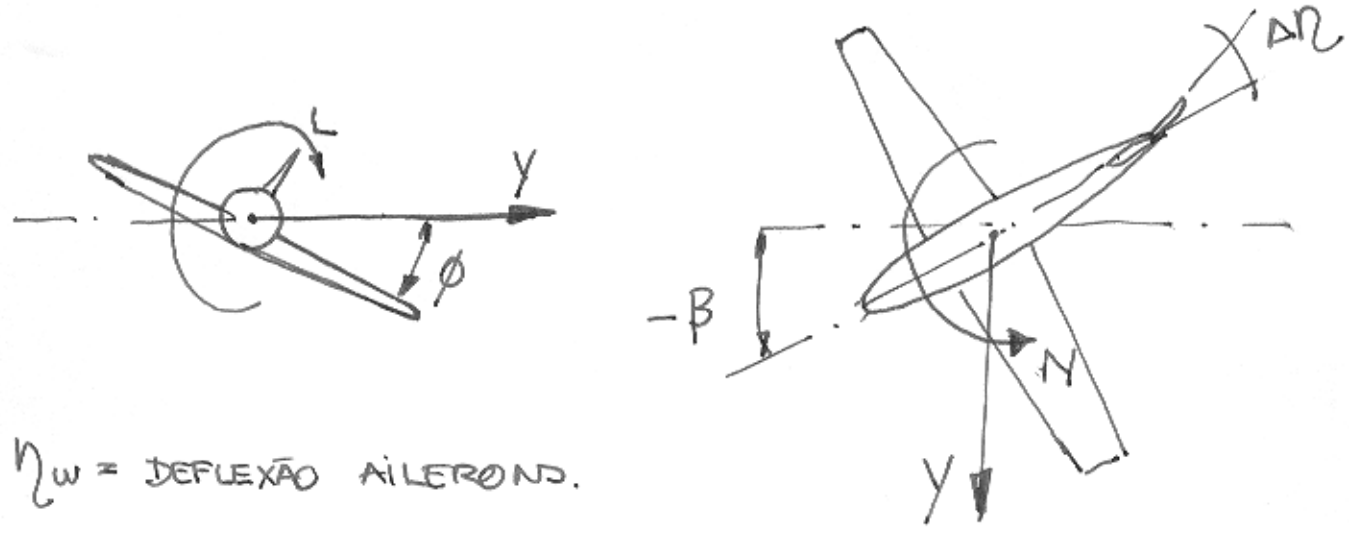
$$\therefore L_v = \frac{1}{2} \rho V^2 S_v \cdot \left[ \frac{\partial C_{L_v}}{\partial \eta} \cdot \Delta \eta_I \right]$$

MANOBRA II

• DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO DE GUINADA DE EQUILÍBRIO PARA UM VALOR DE  $\Delta \eta$

$$\begin{matrix} \sum F_y & \rightarrow & \begin{matrix} a_1 \\ C_{y\beta} & C_{y\eta_w} & -C_L \end{matrix} & \begin{bmatrix} \beta \\ \eta_w \\ \phi \end{bmatrix} & = & - & \begin{matrix} a_2 \\ C_{y\eta} \end{matrix} & \cdot & \Delta \eta \\ \sum M_N & \rightarrow & \begin{matrix} C_{n\beta} & C_{n\eta_w} & 0 \end{matrix} & & & & & & \\ \sum M_L & \rightarrow & \begin{matrix} C_{L\beta} & C_{L\eta_w} & 0 \end{matrix} & & & & & & \end{matrix}$$

EQUAÇÃO APRESENTADA NO ITEM 4.3.2



$\eta_w =$  DEFLEXÃO AILERONS.

O EQUILÍBRIO DE MOMENTO DE GUINADA DO AVIÃO.

$$\sum M_N = M_{N0} + L_v \cdot l_v = 0$$

ONDE:

$M_{N0}$   $\rightarrow$  CONTRIBUIÇÃO DA ASA - FUSELAGEM - NAZES E PROPULSÃO PARA O MOMENTO DE GUINADA

$L_v$   $\rightarrow$  FORÇA DE SUSTENTAÇÃO E.V.

$l_v$   $\rightarrow$  DISTÂNCIA DO C.M. DA E.V. ATÉ O C.G. DO AVIÃO.

$$\begin{aligned} L_v &= + \frac{1}{2} \rho V^2 S_v \left( \frac{2C_{L_v}}{2\beta} \cdot \beta + \frac{2C_{L_v}}{2\eta} \cdot \eta \right) \\ &= + \frac{1}{2} \rho V^2 S_v \left( a_1 \beta + a_2 \eta \right) \end{aligned}$$

$$\therefore M_{N0} + \frac{1}{2} \rho V^2 S_v l_v \left( a_1 \beta + a_2 \eta \right) = 0$$

ADIMENSIONALISANDO.  $(\div \frac{1}{2} \rho V^2 S_{wb})$

$$\therefore C_{N0} + \frac{S_v l_v}{S_b} \left( a_1 \beta + a_2 \eta \right) = 0$$

$\downarrow$   
 $\overline{V_v}$

$$\therefore \frac{C_{No}}{\bar{V}_v} + a_1 \beta - a_2 \eta = 0$$

$$\beta_{II} = \left[ a_2 \eta_I - \frac{C_{No}}{\bar{V}_v} \right] \cdot \frac{1}{a_1}$$

O REGULAMENTO DIZ QUE

$$\eta_{II} = \eta_I$$

$$\therefore L_v = \frac{1}{2} \rho v^2 S_v \cdot \left[ a_1 \beta_{II} + a_2 \eta_I \right]$$

$$L_v = \frac{1}{2} \rho v^2 S_v \left[ 2 a_2 \eta_I - \frac{C_{No}}{\bar{V}_v} \right]$$

O JAR-VLA 441 a.2 SUGERE QUE SEJA ADMITIDO UM "OVERSWING ANGLE" DE  $1.3 \cdot \beta$ ; SENDO  $\beta$  O ÂNGULO DE GUINADA DE EQUILIBRIO.

## MANOBRAS III

$$\beta_{III} = 15^\circ$$

$$\eta_{III} = 0^\circ$$

$$L_v = \frac{1}{2} \rho V^2 S_v \left[ a_1 \cdot \beta_{III} + a_2 \eta_{III} \right]$$

## MOMENTOS

TODOS OS MOMENTOS NA EMP. VERTICAL  
PODEM SER CALCULADOS POR:

$$M_v = \frac{1}{2} \rho V^2 S_v \bar{c}_v \left[ \frac{\partial c_m}{\partial \beta} \cdot \beta + \frac{\partial c_m}{\partial \eta} \cdot \eta \right]$$

## 8 DISTRIBUIÇÃO DE SUSTENTAÇÃO EM ASAS FINITAS

### 8.1 INTRODUÇÃO

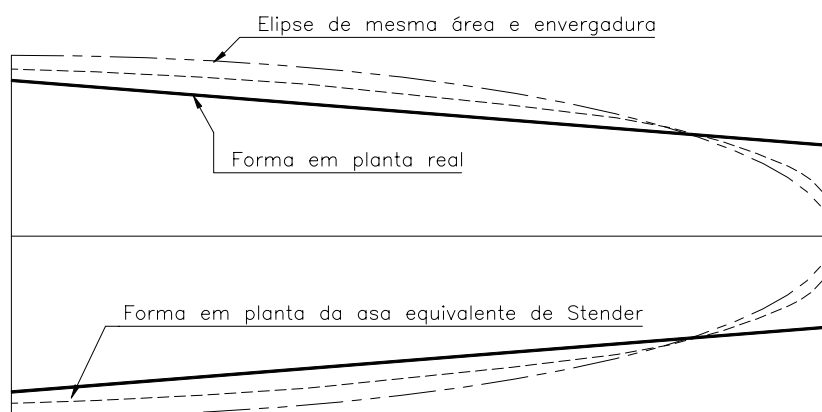
A forma como a carga de sustentação é distribuída sobre uma asa finita (asa, empenagens, etc.) é uma das questões mais importantes para o cálculo de esforços sobre estes componentes. A forma desta distribuição definirá a forma das distribuições de esforço cortante, momento fletor e momento torçor.

O problema de resolver a forma desta distribuição foi solucionado pela primeira vez pelo *Prof. Ludwig Prandtl*, no início do *Século XX*. A teoria desenvolvida pelo *Prof. Prandtl* é uma das maiores contribuições já oferecida à aerodinâmica.

A análise do *Prof. Prandtl* é apresentada e explicada com detalhes por *Anderson* (*Fundamentals of Aerodynamics*). Dois métodos simplificados para cálculo da distribuição de sustentação sobre asas finitas, em regime subsônico serão apresentados aqui.

### 8.2 MÉTODO DE STENDER

O *Método de Stender* se baseia na hipótese de que a distribuição de cargas ao longo da envergadura é proporcional às áreas de uma asa imaginária na qual suas cordas são a média geométrica das cordas reais e da de uma asa elíptica de mesma área e envergadura.



**Figura 1 – Relação entre a asa real a asa elíptica e a asa de Stender**

Assim, as cordas de Stender são:

$$C_s = \sqrt{C_g \cdot C_e}$$

onde  $C_s$  denota a corda da asa de Stender,  $C_g$  denota a corda da asa real e  $C_e$  denota a corda da asa elíptica de mesma área e envergadura da asa real

Como exemplo será tomada uma asa com:

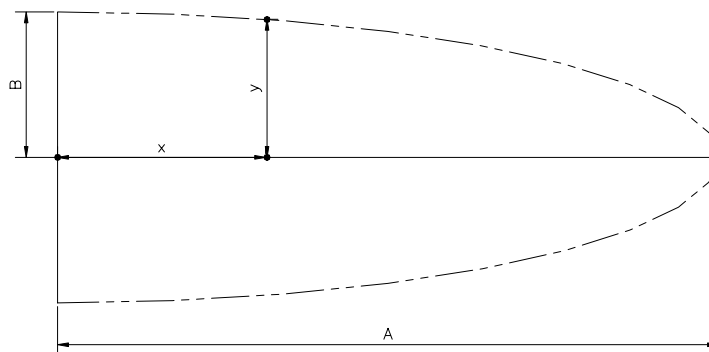
$$C_r = 1.550m$$

$$C_t = 0.775m$$

$$b/2 = 3.725m$$

$$S = 8.66m^2$$

As equações da elipse fornecem:



**Figura 2 – Definição das características geométricas de uma elipse**

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

onde  $A$  denota a semi-envergadura da elipse ( $3.725m$  para este exemplo) e  $B$  denota a semi-corda na raiz da elipse.

A área da elipse pode ser escrita como:

$$S = \pi \cdot A \cdot B$$

ou, para este exemplo:

$$8.66 = \pi \cdot 3.725 \cdot B$$

Assim, a corda na raiz da asa elíptica, para que esta tenha a mesma área e a mesma envergadura da asa real, deve ser:

$$B = 0.74m$$

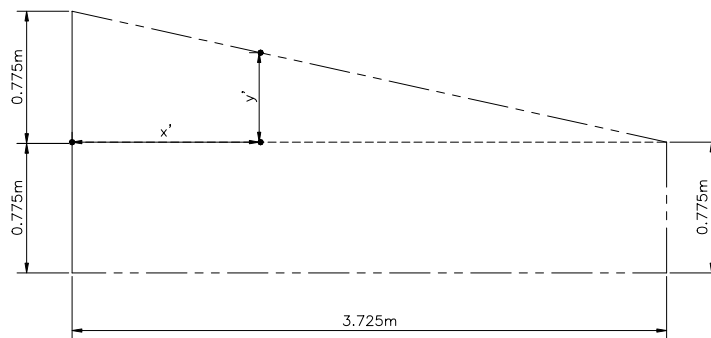
permitindo escrever então que:

$$\frac{x^2}{3.725^2} + \frac{y^2}{0.74^2} = 1 \therefore y = \sqrt{0.5476 - 0.0395 \cdot x^2}$$

levando a distribuição de corda da asa elíptica, ao longo da envergadura, como:

$$C_e = 2 \cdot y = 2 \cdot \sqrt{0.5476 - 0.0395 \cdot x^2}$$

Considerando que a asa real seja trapezoidal, pode-se considerar a seguinte distribuição de cordas ao longo da envergadura:



**Figura 3 – Distribuição de cordas da asa real**

$$\frac{\overline{GE}}{\overline{GC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{CD}} \therefore \frac{3.725 - x}{3.725} = \frac{y'}{0.775} \therefore y' = \frac{3.725 - x}{4.8065}$$

levando a distribuição de corda da asa real, ao longo da envergadura, como:

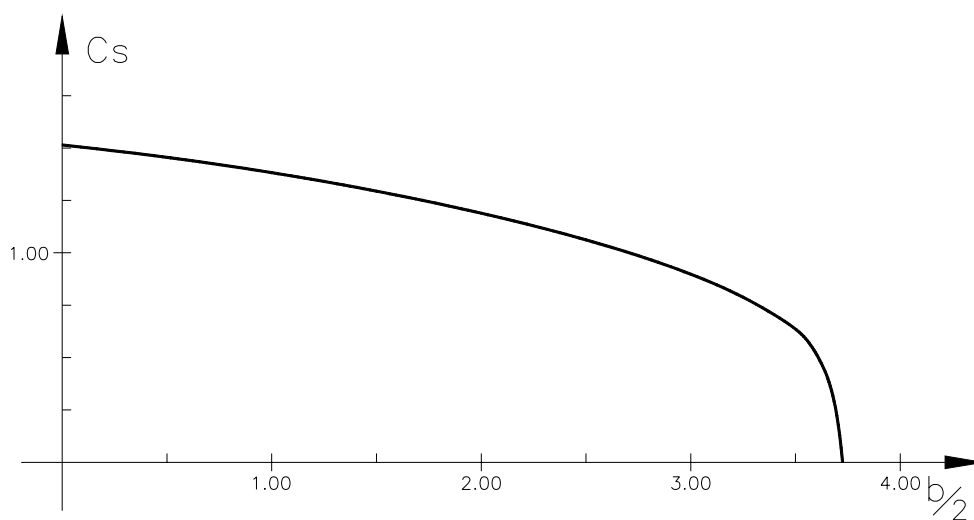
$$C_g = y' + 0.775 \therefore C_g = \frac{3.725 - x}{4.8065} + 0.775$$



A partir das equações das distribuições de cordas da asa elíptica e da asa real pode-se montar a Tabela 1.

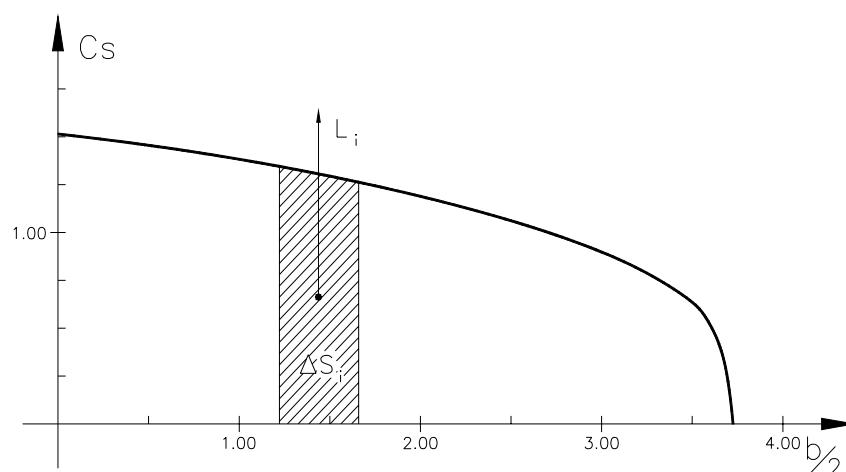
**Tabela 1 – Cordas da asa real, elíptica e de Stender**

| x [m] | C <sub>e</sub> [m] | C <sub>g</sub> [m] | C <sub>s</sub> |
|-------|--------------------|--------------------|----------------|
| 0.00  | 1.4800             | 1.5500             | 1.5146         |
| 0.25  | 1.4767             | 1.4980             | 1.4873         |
| 0.50  | 1.4666             | 1.4460             | 1.4563         |
| 0.75  | 1.4497             | 1.3940             | 1.4216         |
| 1.0   | 1.4257             | 1.3419             | 1.3832         |
| 1.25  | 1.3942             | 1.2899             | 1.3410         |
| 1.50  | 1.3547             | 1.2379             | 1.2950         |
| 1.75  | 1.3065             | 1.1859             | 1.2447         |
| 2.00  | 1.2486             | 1.1339             | 1.1899         |
| 2.25  | 1.1795             | 1.0819             | 1.1296         |
| 2.50  | 1.0972             | 1.0299             | 1.0630         |
| 2.75  | 0.9983             | 0.9779             | 0.9880         |
| 3.00  | 0.8773             | 0.9258             | 0.9012         |
| 3.25  | 0.7232             | 0.8738             | 0.7949         |
| 3.50  | 0.5066             | 0.8218             | 0.6452         |
| 3.725 | 0.0000             | 0.7750             | 0.0000         |



**Figura 4 – Distribuição de cordas da asa de Stender**

Tendo-se a nova forma em planta equivalente de Stender, admite-se então que as sustentações são proporcionais às suas cordas.



**Figura 5 – Carga de sustentação proporcional à corda da as de Stender**

As parcelas de sustentação poderão então ser escritas como:

$$L_i = \frac{\Delta S_i}{S} \cdot L$$

onde  $S$  denota a área da semi-asa de Stender (que é igual a área real, e para este exemplo igual a  $4.33 \text{ m}^2$ ),  $L$  denota a força de sustentação de cada semi-asa.

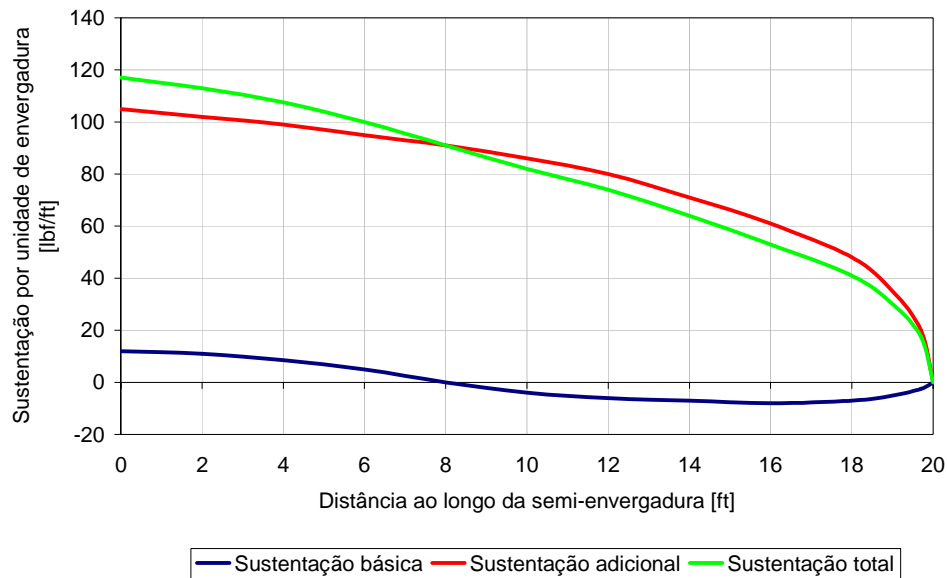
### 8.3 MÉTODO DE ANDERSON

Este método apresentado por *Abbott e Doenhoff*, apesar de simples é bastante útil para etapas preliminares do projeto, onde a precisão das informações ainda não é tão importante. Várias análises preliminares do projeto *Tucano* da *Embraer* utilizam este método como base para a determinação da distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa.

Este método divide a sustentação da asa em duas parcelas, a saber:

- **Distribuição de Sustentação Básica:** é aquela onde a sustentação resultante é zero. Só existe em asas com torção geométrica ou aerodinâmica, ou em asas com alteração da variação da relação entre a sustentação e o ângulo de ataque.
- **Distribuição de Sustentação Adicional:** é aquela devido ao ângulo de ataque da asa, sendo proporcional ao coeficiente de sustentação total da asa.

A Figura 6 apresenta graficamente estas distribuições e a sua combinação que determina a distribuição de sustentação total da asa.



**Figura 6 – Distribuições de sustentação básica e adicional**

A distribuição de sustentação básica da asa pode ser escrita como:

$$c_{L_b}(y) = \frac{\xi \cdot a_e(y) \cdot S}{c(y) \cdot b} L_b(y)$$

onde  $c_{L_b}$  denota o coeficiente de sustentação básica na estação da asa em análise,  $\xi$  denota a torção geométrica da asa em graus, medida em relação ao ângulo de sustentação nula, positiva para *wash in*,  $S$  denota a área da asa,  $b$  a envergadura,  $c$  a corda da estação da asa em análise,  $a_e$  a variação efetiva do coeficiente de sustentação do perfil da estação da asa em análise em relação a variação do ângulo de ataque, definida como:

$$a_e = \frac{a_0}{E}$$

onde  $a_0$  denota a variação do coeficiente de sustentação do perfil da estação da asa em análise em relação a variação do ângulo de ataque e  $E$  denota o fator de correção de *Jones* definido como a razão entre o semiperímetro da asa e sua envergadura.

O termo  $L_b$  denota um coeficiente de sustentação básica, tabelado, para cada estação da asa, para asas de diversos afilamentos e alongamentos.

A distribuição de sustentação adicional da asa pode ser escrita como:

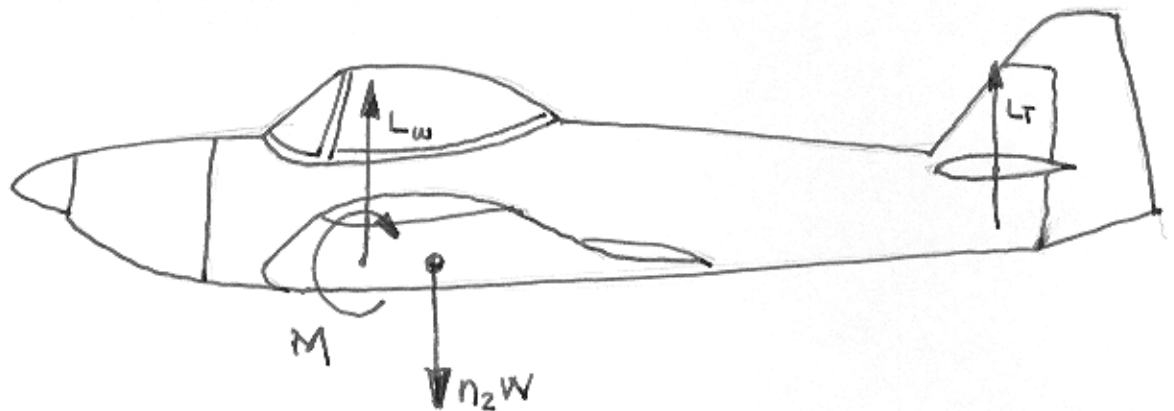
$$c_{La}(y) = \frac{S}{c(y) \cdot b} L_a(y)$$

onde  $c_{La}$  denota o coeficiente de sustentação básica na estação da asa em análise e o termo  $L_a$  denota um coeficiente de sustentação adicional, tabelado, para cada estação da asa, para asas de diversos afilamentos e alongamentos.

Assim, a distribuição de sustentação total da asa pode ser escrita como:

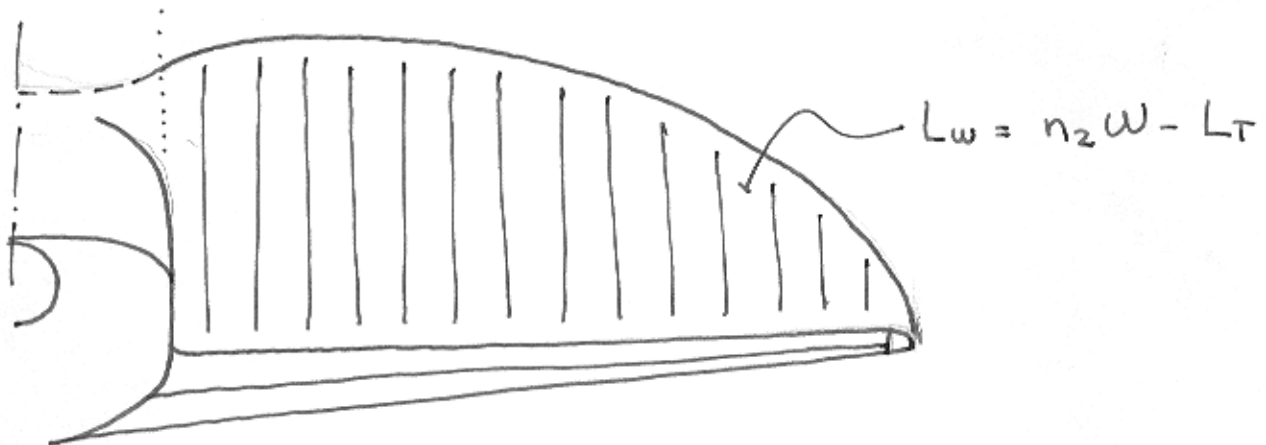
$$c_L(y) = c_{Lb}(y) + C_L \cdot c_{La}(y)$$

*Abbott e Doenhoff* apresentam o prosseguimento desta análise para determinar razão entre sustentação e ângulo de ataque da asa, e as parcelas de arrasto induzido da mesma.

MANOBRAS SIMÉTRICAS.

$$L_w + L_T = n_2 W$$

$$\therefore L_w = n_2 W - L_T$$



ASSIM, PARA CADA CONDIÇÃO DE VÔO, TER-SE-Á UM VALOR DE  $L_T$ . E CONSEQUENTEMENTE, UM VALOR DE  $L_w$ .

DEVE-SE DETERMINAR QUAL CONDIÇÃO FORNECERÁ O MAIOR VALOR DE  $L_w$

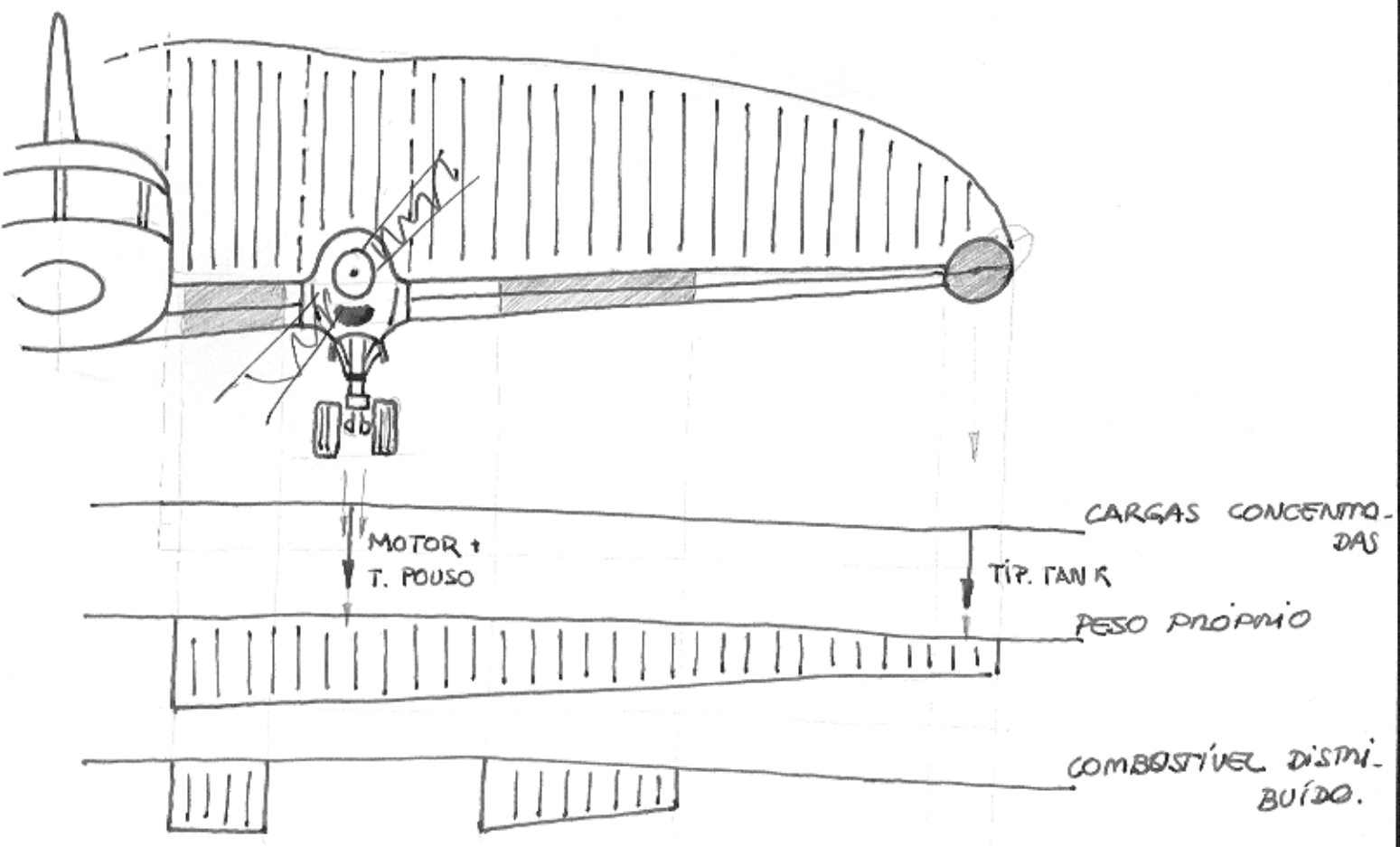
A PRINCÍPIO, O VOO COM FATOR DE CARGA MÁXIMO E CG MAIS ~~TRASEIRO~~ DIANTEIRO DEVE PROVOCAR O MAIOR VALOR DE  $L_w$ .

CARGAS DE INÉRCIA.

DEVEM SER CONSIDERADAS TAMBÉM AS CARGAS DE INÉRCIA DA ASS, PODENDO SER:

- PESO PRÓPRIO;
- COMBUSTÍVEL;
- MOTORES;
- ETC.

ASSIM:



• ESFORÇOS

O PROBLEMA DAS CARGAS DISTRIBUÍDAS SOBRE A ASA SE TORNA UM PROBLEMA DE VIGA, ONDE PODEM SER CALCULADOS :

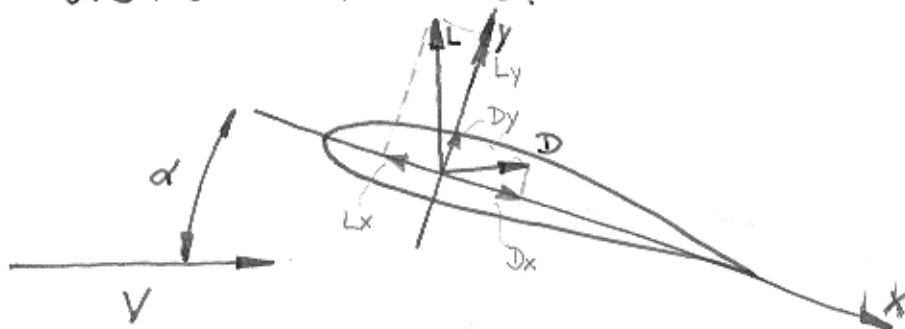
- ESFORÇOS CONSTANTES
- MOMENTOS FUETORES.

$$S_z = \int_0^{b/2} F_z dy$$

$$M = \int_0^{b/2} S_z dy$$

• EFEITO DO ANGULO DE ATAQUE

DEVE-SE LEMBRAR QUE O ANGULO DE ATAQUE DE UMA ASA É O ÂNGULO ENTRE A VELOCIDADE INCIDENTE E ~~SEA~~ UMA LINHA DE REFERENCIA, E QUE, AS FORÇAS DE SUSTENTACÃO E ARRASTO SÃO ORTOGONAIS À VELOCIDADE. ASSIM, ESTAS FORÇAS NÃO SÃO ORTOGONAIS À ASA, PROVOCANDO EFEITOS COMBINADOS.



ASSIM, SUSTENTACÃO PROVOCA MOMENTO EM RELAÇÃO AO EIXO X E AO EIXO Y DA ASA. E DO MESMO FORMO, O ARRASTO.

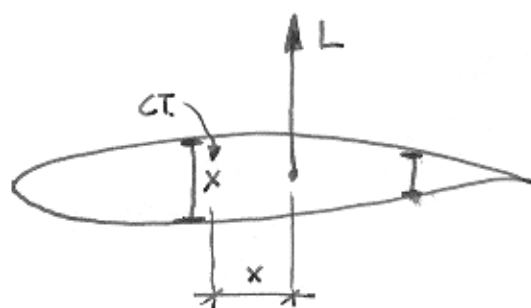
## ARRASTO

DE FORMA SIMPLIFICADA PODE-SE CONSIDERAR QUE O ARRASTO É FUNÇÃO DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO LOCAL DA ASA E ASSIM CALCULAR; A PARTIR DA FÓRMULA BI-DIMENSIONAL DOS PERFIS QUE COMPÕE A ASA; A DISTRIBUIÇÃO DE ARRASTO SOB A ASA.

AS COMPONENTES DE ARRASTO DE COMPONENTES CONCENTRADOS (NACELES, TIP TANKS) PODEM SER CONSIDERADAS CARGAS CONCENTRADAS.

### • MOMENTOS DE TORÇÃO

~~DE~~ ADMITINDO AS CARGAS AERODINÂMICAS APLICADAS NO CENTRO DE PRESSÃO DA ASA, NÃO TERIA MOMENTO AERODINÂMICO APLICADO SOBRE A MESMA. NESTE CASO, A ÚNICA RAZÃO PARA A TORÇÃO DA ASA SERIA A NÃO COINCIDÊNCIA ENTRE O CENTRO DE PRESSÃO E O CENTRO DE TORÇÃO DA MESMA.

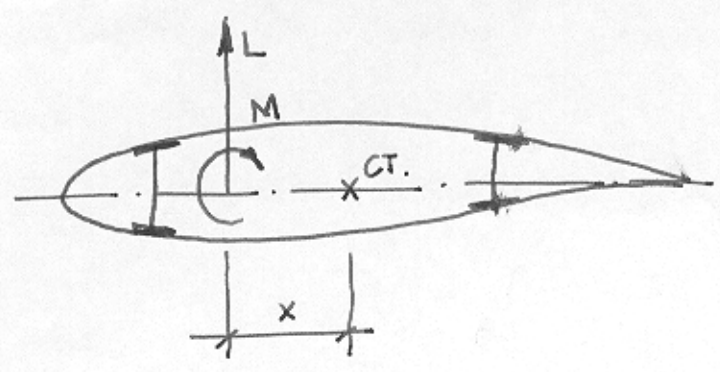


$$M_T = L \cdot x$$



PODE-SE CONSIDERAR QUE AS CARGAS AERODINÂMICAS SÃO APLICADAS NO CENTRO AERODINÂMICO, OU OUTRO PONTO FIXO, E OS MOMENTOS DE TORÇÃO SÃO: DEVIDOS A:

- DISTÂNCIA DESSE PONTO AO CT.
- MOMENTO AERODINÂMICO

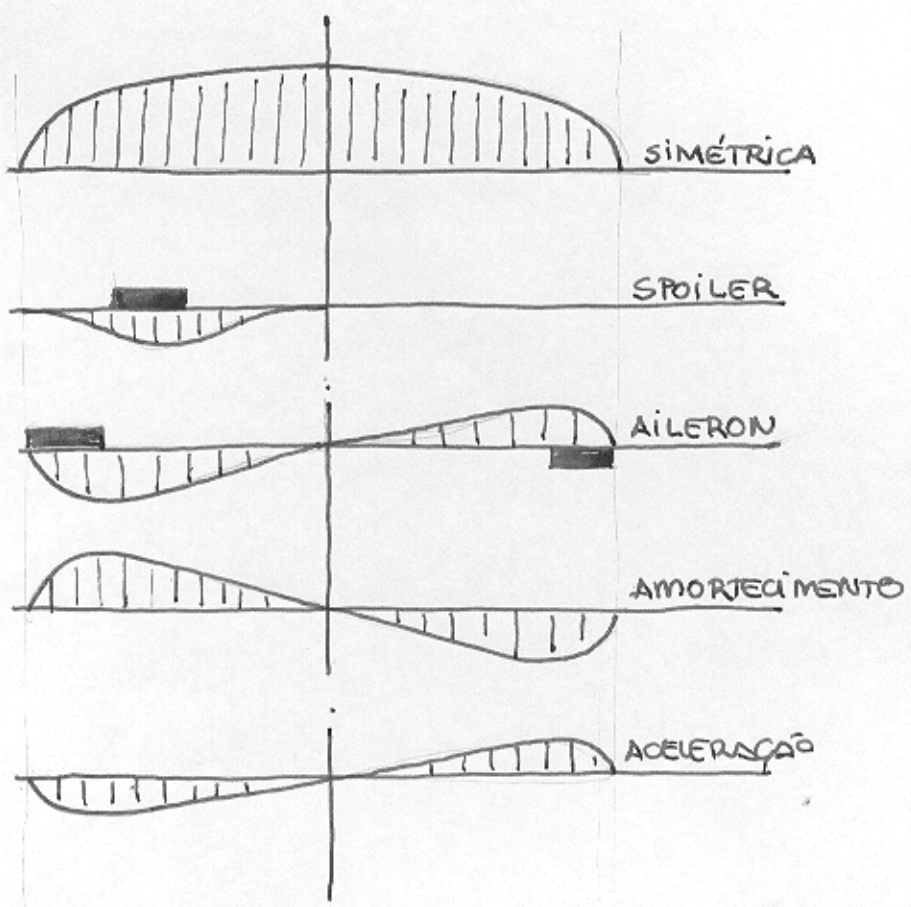


$$M_T = M + L \cdot x$$

• ROLAMENTO

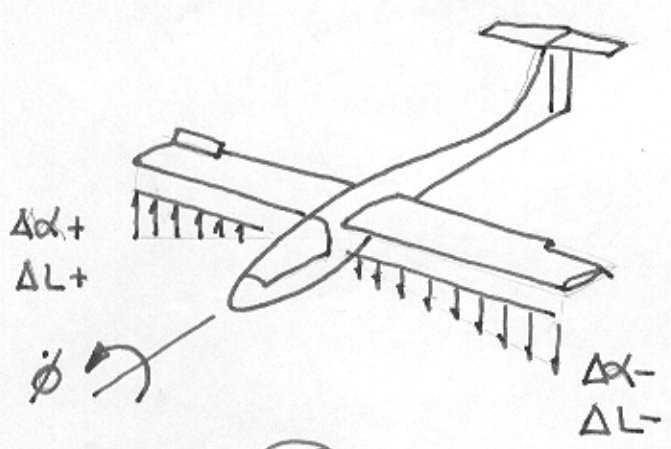
A DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS NA AFS DURANTE UMA MANOBRA DE ROLAMENTO DEVE SER CALCULADA CONSIDERANDO OS SEQUINTEs EFEITOS:

- DISTRIBUIÇÃO SIMÉTRICA
- ATUAÇÃO DE "SPOILERS"
- ATUAÇÃO DOS AIERONS
- AMORTECIMENTO
- ACELERAÇÃO DE ROLAMENTO. (AERO ELASTICIDADE)

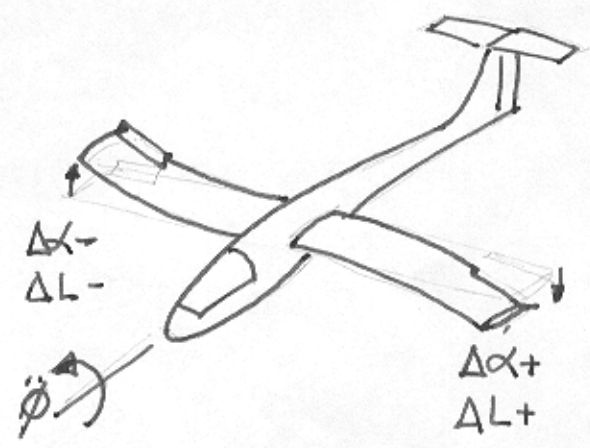


I

II



I



II

O FENÔMENO DE AMORTECIMENTO PODE SER ENTENDIDO COMO A VARIACÃO DO ÂNGULO DE ATAQUE LOCAL DA ASA DEVIDO À VELOCIDADE VERTICAL INDUZIDA PELOS VELOCIDADE DE ROTAÇÃO.

O FENÔMENO DE ACELERAÇÃO DE ROLAMENTO PODE SER ENTENDIDO COMO A VARIACÃO DO ÂNGULO DE ATAQUE LOCAL DA ASA DEVIDO A VELOCIDADE VERTICAL DA ASA DIFERENTE DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA AERONAVE. ESTA DIFERENÇA ACONTECE DEVIDO AOS EFEITOS DE INÉRCIA DA ASA.

### • EFEITOS DE INÉRCIA

DURANTE O ROLAMENTO, AS CARGAS CONCENTRADAS TAMBÉM DEVEM SER TRATADAS COM A CONSIDERAÇÃO DE FATOR DE CARGA DEVIDO À ACELERAÇÃO DE ROLAMENTO.

A ACELERAÇÃO EM CADA PONTO DA ASA DEVIDO À ACELERAÇÃO DE ROLAMENTO PODE SER ESCRITA COMO:

$$\Delta n_z = \pm \frac{y \ddot{\phi}}{g}$$

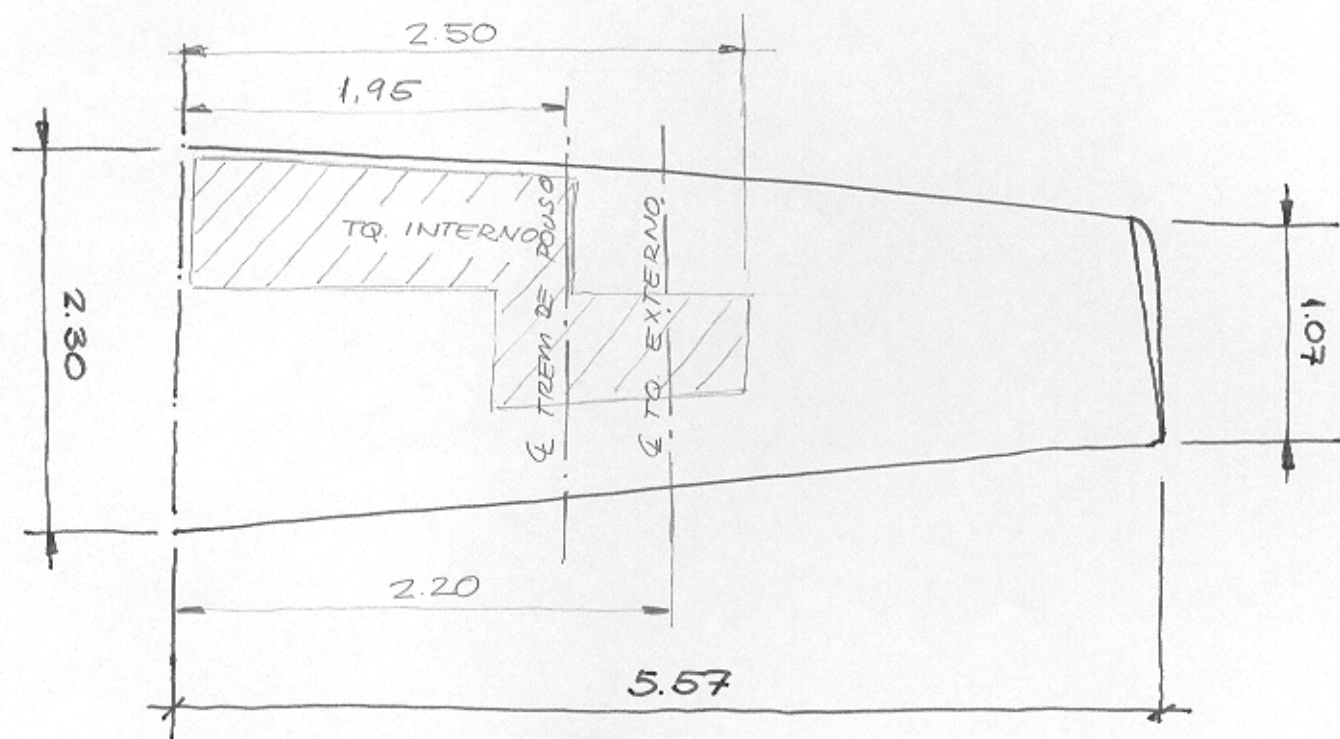


PODEM SER CONSIDERADAS AS CARGAS DE  
INÉRCIA NA DIREÇÃO DA ENFERCABUDO,  
SENDO:

$$n_y = \frac{y \cdot \ddot{\phi}^2}{g}$$

ESTA COMPONENTE É MUITO IMPORTANTE  
PARA O CÁLCULO DE TANQUES DE COMBUSTÍVEL.

CALCULAR AS DISTRIBUIÇÕES DE ESFORÇOS CRÍTICAS NA SEGUINTE ASS. (TUCANO)



PERFIL RAIZ - NACA  $63_2-A-415$

PERFIL PONTA - NACA  $63-A-212$

INCIDÊNCIA -  $1^\circ 25'$

TORÇÃO GEOMÉTRICA -  $2^\circ 13'$

CAPACIDADE DO TQ. INTERNO (CADA SEMI-ASA) : 347 l.

CAPACIDADE DO TQ. EXTERNO : 330 l.

PESO MÁXIMO SEM CARGA EXTERNA : 2550 Kg

PESO VAZIO OPERACIONAL : 1810 Kg

FATORES DE CARGA LÍMITE (@ 2550 Kg) : +6 / -3

PASSEIO MÁXIMO DO CENTRO DE GRAVIDADE : 26.5 @ 31% cma.

PESO TREM DE POUSO PRINCIPAL (CADA) : 47 Kg

PESO DA ASS (SEM T.P. E TQ. EXT) : ESTIMAR PELO RAYMER.

ÁREA DA EMPENAGEM HORIZONTAL:  $4.77 \text{ m}^2$

DISTANCIA C.A. ASS @ C.A. EH. :  $5.25 \text{ m}$

POSICÃO C.A. ASS :  $16.5\% \text{ cma}$

### DERIVADAS AERODINÂMICAS

$$C_{M_{wb}} \cong -0.0485$$

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} \cong 0.4$$

$$\frac{\partial C_{LT}}{\partial \alpha} \cong 3.5 \text{ rad}^{-1}$$

$$\frac{\partial C_{LT}}{\partial \eta} \cong 2.5 \text{ rad}^{-1}$$

$$\frac{\partial C_{Lw}}{\partial \alpha} \cong 4.5 \text{ rad}^{-1}$$



# 10 CARGAS NO SOLO<sup>1</sup>

## 10.1 INTRODUÇÃO

Existem dois grupos diferentes de cargas designadas como *cargas no solo* que atuam sobre uma aeronave. O primeiro consiste das cargas que ocorrem durante a aterragem da aeronave, ou seja, da transição de uma condição na qual o peso do avião é apoiado pela sustentação à condição de ser apoiado pelo solo. As cargas que resultam desta transição dependem de muitos fatores, como por exemplo: habilidade do piloto, velocidade de aterragem e de descida do avião, visibilidade, características de absorção de energia do trem de aterragem.

O segundo grupo de cargas no solo são as que resultam da operação da aeronave na pista, ou seja, durante o taxiamento, o uso do freio na execução de curvas, aquecimento e experimentação dos motores antes da decolagem dentre outros. Estas cargas dependem, sobretudo, das características do campo de aterragem.

Na aterragem a aeronave se aproxima do solo segundo uma trajetória tal que no instante do impacto, esta tenha uma velocidade horizontal (acima da velocidade de estol) e uma velocidade de descida razoavelmente pequena. As asas sustentam parcialmente ou totalmente o peso do avião, dependendo da velocidade e da atitude do avião. A finalidade principal do trem de aterragem é, portanto de absorver a energia cinética da massa do avião com a velocidade de descida  $V_d$ . As cargas que resultam dependem das características de absorção de energia do conjunto pneu-amortecedor. Também, durante a aterragem, as rodas são repentinamente aceleradas da condição de repouso até uma velocidade horizontal do

---

<sup>1</sup> Este documento foi baseado na apostila elaborada pelo Prof. Maurício Alves Loureiro para ser aplicada na disciplina **Teoria das Estruturas Aplicadas aos Aviões I** do curso de Engenharia Mecânica Aeronáutica do Centro de Estudos Aeronáuticos do Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG.

avião. Durante a aceleração angular das rodas, os pneus são arrastados sobre o solo, e aparecem cargas horizontais elevadas.

Nas condições de rolagem no solo, a sustentação é geralmente desprezível, de forma que o trem de aterragem está sujeito ao peso do avião. Combinadas com estas cargas o trem tem que resistir às cargas dinâmicas que resultam de defeitos das pistas, aplicação de freio ou execução de curvas.

## 10.2 CRITÉRIOS PARA CARGAS DE POUSO

Os critérios para determinação das cargas nos trens de pouso de aeronaves de transporte não sofreram alterações desde a década de 50, com exceção da inclusão de termos que impõe a determinação das cargas através das respostas dinâmicas do trem de pouso.

Os parágrafos 479 até 485 das normas aeronáuticas determinam os critérios básicos a serem utilizados para a determinação das cargas devido ao pouso da aeronave, podendo ser resumidos como:

- Os parágrafos 479 e 481 determinam as atitudes de pouso que devem ser consideradas durante as análises de pouso, sendo, basicamente, condições niveladas e condições de cauda baixa.
- As velocidades verticais a serem analisadas são: i) *10ft/s* na condição de peso de pouso de projeto e ii) *6ft/s* na condição de peso de decolagem de projeto. Estas velocidades podem ser alteradas caso seja provado que é impossível que a aeronave em questão alcance estes valores de velocidade.
- A sustentação da aeronave deve ser considerada, sendo, entretanto, sempre menor que o peso da mesma.
- Os fatores de carga limites correspondentes aos limites de velocidade estabelecidos devem ser comprovados de acordo com os testes definidos nos parágrafos 723.
- O coeficiente de atrito entre o pneu e o solo deve ser avaliado levando em consideração os efeitos da pressão dos pneus e da velocidade de derrapagem, não necessitando ser maior que *0.8*.



- O método de análise dinâmica da aeronave em condição de pouso deve levar em consideração, no mínimo: i) características dinâmicas do trem de pouso; ii) os efeitos de *spin-up* e *spring-back*; iii) a resposta de corpo rígido da aeronave e iv) a resposta dinâmica da estrutura da aeronave.

### 10.3 VELOCIDADES DE POUSO

As velocidades de pouso, segundo o parágrafo 479 das normas aeronáuticas, devem ser calculadas como se segue. A velocidade de pouso em dia padrão ( $V_{Lsd}$ ) é definida como:

$$V_{Lsd} = V_{Ll} = V_{so} \quad (TAS)$$

onde  $V_{Ll}$  denota a velocidade de estol em um dia padrão, ao nível do mar e com os flapes na configuração apropriada para pouso.

A velocidade de pouso em dia quente ( $V_{Lhd}$ ) é definida como:

$$V_{Lhd} = 1.25 \cdot V_{L2} + V_{tw} \quad (TAS)$$

onde  $V_{L2}$  denota a velocidade de estol em um dia com  $41^{\circ}F$  acima da temperatura padrão, na maior altitude de aeroporto que a aeronave é homologada e  $V_{tw}$  denota o acréscimo de velocidade dependente do tipo de certificação de vento de cauda da aeronave (Tabela 1).

**Tabela 1 – Velocidades de vento de cauda**

| Tipo de certificação           | $V_{tw}$                               |
|--------------------------------|--|
| 0-10kn de vento de cauda       | 0                                      |
| Mais de 10kn de vento de cauda | Valor de vento de cauda da homologação |

Deve-se notar que a variação da velocidade de estol de uma aeronave de acordo com a temperatura pode ser calculada facilmente pela relação:

$$V_{L2} = V_{so} \cdot \sigma^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{T_{hd}}{T_{sd}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (TAS)$$

onde  $T_{hd}$  denota a temperatura do dia quente,  $T_{sd}$  a temperatura padrão e  $V_{so}$  a velocidade de estol ao nível do mar com temperatura padrão.

Esta equação pode ser deduzida quando se lembra que a densidade do ar, o considerando como um gás ideal, pode ser calculada por:

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T}$$

### Exercício

Determinar as velocidades de projeto, mínima e máxima, para pouso de uma aeronave com as seguintes características Atmosfera padrão *ISA*:

$$W = 198000lb$$

$$\text{Área alar} = 1951ft^2$$

$$\text{Altitude máxima de pouso} = 13500ft$$

$$\text{Deflexões de flape de pouso} = 30^\circ \text{ e } 25^\circ$$

$$\text{Velocidade de estol} = 103.8keas \text{ para flape } 30^\circ \text{ e } 106.7keas \text{ para flape } 25^\circ.$$

$$\text{Velocidade de vento de cauda para pouso} = 15ktas$$

## 10.4 FATOR DE CARGA NO SOLO

O fator de carga no solo é diferente do fator de carga no avião.

$$n_g = \frac{R_{max}}{W}$$

onde  $R_{max}$  denota a força máxima da reação do solo sobre o trem de pouso e  $W$  denota o peso da aeronave.

Observa-se que o fator de carga na aeronave, na direção vertical, seria:

$$n_v = \frac{R_{max} + L}{W}$$

## 10.5 ABSORÇÃO DE ENERGIA

Supõe-se que o avião toque o solo com velocidade vertical  $V_d$  e velocidade horizontal  $V_h$ . Pode-se representar o trem de aterragem por uma mola como na Figura 1.

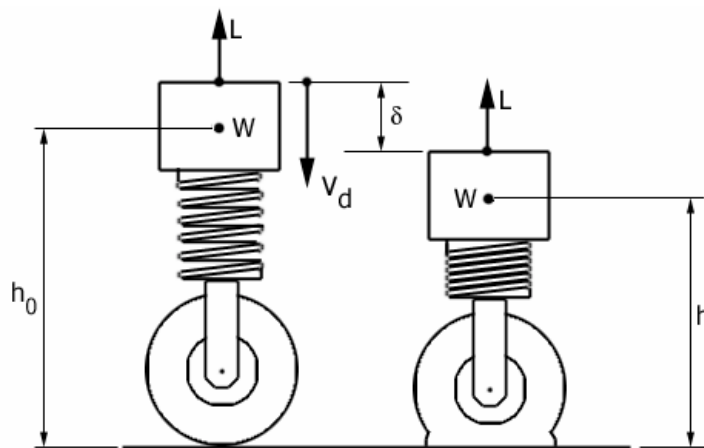


Figura 1 – Trem de aterragem

Supondo o trem de aterragem como uma mola linear, tem-se a seguinte relação entre a força vertical  $R$  e a deflexão do trem de aterragem  $\delta$ :

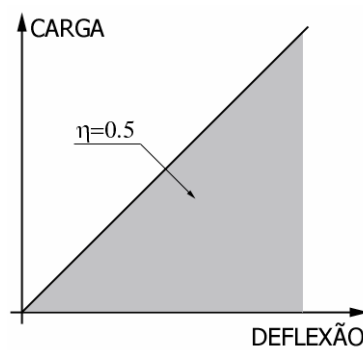
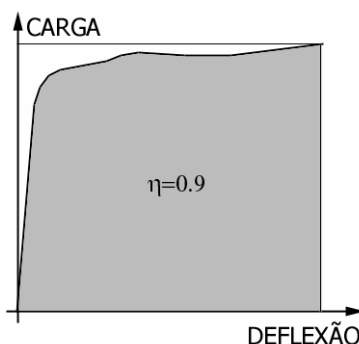


Figura 2 – Absorção de energia de uma mola linear

A área sob a curva será igual à energia absorvida pelo conjunto pneu-amortecedor.

$$E_{ab} = \frac{1}{2} R_{max} \cdot \delta_{max}$$

Na realidade de um trem de aterragem moderno esta relação entre a força vertical e a deflexão do trem de aterragem ocorre de acordo com a Figura 3.



**Figura 3 - Absorção de energia de um trem de aterragem moderno**

Desta forma, pode-se definir com a eficiência de um trem de pouso a relação entre a energia absorvida pelo trem de aterragem e o trabalho total realizado pela força vertical (relação entre a área sobre a curva força de deformação e a área do retângulo formado pela força vertical e deformação máximas), podendo ser escrita como:

$$\eta = \frac{E_{ab}}{R_{max} \cdot \delta_{max}}$$

Assim, no caso do trem de aterragem com mola linear sua eficiência será de exatamente 50%, valor muito baixo quando comparado com os trens modernos, utilizando amortecedores hidráulicos, que possuem eficiência entre 70% e 95%.

Observa-se uma contradição ao se associar alta eficiência com os trens de aterragem bem projetados, quando é levado em consideração que trens com alta eficiência de absorção de energia necessitam de cargas relativamente grandes para sofrerem pequenas deflexões, proporcionando um *rough-ride* para a aeronave. Por outro lado, amortecedores que apresentam uma relação crescente de deformação e carga devem proporcionar uma absorção de energia mais suave, apesar de serem penalizados quando a eficiência de absorção. Um equilíbrio entre estes dois objetivos é obtido com sucesso através do uso de amortecedores óleos-pneumáticos, presentes nos melhores trens de aterragem da atualidade.

## 10.6 DEFLEXÃO PARA ABSORÇÃO DE ENERGIA

De forma mais detalhada, admitindo o trem de aterragem apresentado na Figura 1 pode-se escrever a energia total na condição não defletido como:

$$E_0 = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{W}{g} V_d^2}_{\text{cinética}} + \underbrace{W \cdot h_0}_{\text{potencial}}$$

Na posição de máxima deflexão do trem de aterragem a velocidade de descida se anula, eliminando o termo de energia cinética.

O trabalho realizado pela sustentação durante a deflexão do trem, considerando que esta permaneça constante durante o processo de deflexão, pode ser escrita como:

$$E_L = L \cdot \delta = k_L \cdot W \cdot \delta$$

onde  $k_L$  denota uma constante de proporcionalidade entre a sustentação remanescente e o peso da aeronave.

Durante o processo de deflexão do trem a diferença de energia entre a posição inicial e a posição final deve ser armazenada no conjunto mola-amortecedor e no pneu, podendo ser escrita, de forma geral, como:

$$E = \eta \cdot R \cdot \delta$$

Assim, igualando a energia inicial com a energia armazenada no trem e os trabalhos realizados, tem-se:

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} V_d^2 + W \cdot h_0 = (\eta_t \cdot R \cdot \delta_t) + (\eta_s \cdot R \cdot \delta_s) + k_L \cdot W \cdot \delta + W \cdot h$$

Utilizando a definição de fator de carga no solo,

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} V_d^2 + W \cdot h_0 = (\eta_t \cdot n_g \cdot W \cdot \delta_t) + (\eta_s \cdot n_g \cdot W \cdot \delta_s) + k_L \cdot W \cdot \delta + W \cdot h$$

$$\frac{1}{2g}V_d^2 = (\eta_t \cdot n_g \cdot \delta_t) + (\eta_s \cdot n_g \cdot \delta_s) + \delta_t(k_L - 1) + \delta_s(k_L - 1)$$

Assim, um dos problemas do projeto de um trem de aterragem consiste em determinar a deflexão necessária do amortecedor, para um certo valor de fator de carga no solo, de forma a manter coerente o equilíbrio de energia. Observa-se que para uma velocidade de descida, a deflexão do amortecedor poderá ser menor, quanto maior for o fator de carga no solo. Entretanto, durante o projeto de um trem de aterragem altos fatores de carga no solo devem ser evitados, por razões de conforto dos passageiros e por razões estruturais<sup>2</sup>. Valores limites para o fator de carga no solo são definidos nos regulamentos.

A deflexão e a eficiência de pneus podem ser obtidas através de informações técnicas apresentadas pelos fabricantes ou através de ensaios de impacto. A relação entre a sustentação remanescente durante o pouso e o peso da aeronave, bem como as velocidades de descida da aeronave são especificadas pelos regulamentos, como já visto anteriormente. A eficiência do amortecedor deve ser obtida diretamente do seu projeto.

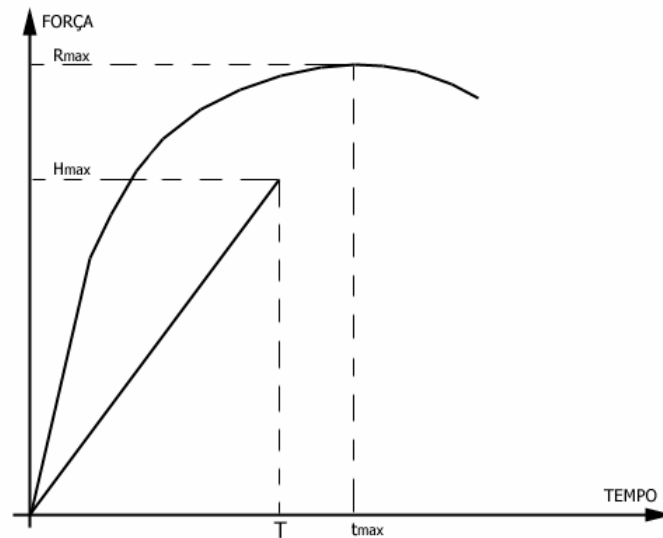
## 10.7 CARGAS DE ACELERAÇÃO DAS RODAS – *SPIN-UP LOADS*

Geralmente, os aviões não possuem meios para efetuar a rotação prévia das rodas à velocidade periférica correspondente à velocidade de aterragem, de modo que as forças horizontais que ocorrem durante a parte inicial do impacto podem vir a ser da mesma ordem de grandeza que as cargas verticais, dependendo do coeficiente de atrito entre a pista e o pneu.

Todavia, as rodas geralmente chegam à velocidade periférica máxima ( $V_h$ ) antes que a força vertical atinja o seu valor máximo, de modo que os regulamentos permitem uma razão entre a carga máxima horizontal e vertical muito menor que o coeficiente de atrito entre o solo e o pneu.

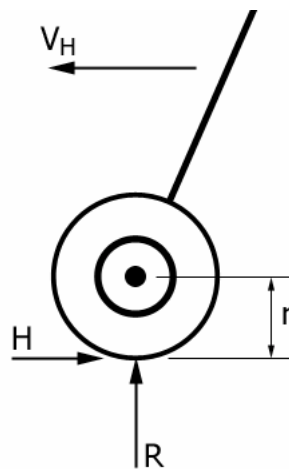
---

<sup>2</sup> Como regra geral pode-se admitir que o esforço de flexão na asa imposto pela reação vertical do trem de aterragem não deve ser maior que o esforço provocado pelas cargas aerodinâmicas.



**Figura 4 – Variação da força vertical e horizontal com o tempo**

Admitindo o sistema apresentado na Figura 5, pode-se montar um método racional para determinar a carga máxima horizontal.



**Figura 5 – Forças e velocidades atuantes na roda**

A relação entre a força horizontal e a força vertical pode ser escrita como:

$$H = \mu \cdot R$$

Para qualquer instante de tempo, a resultante dos momentos em relação ao centro da roda deve atender a *Segunda Lei de Newton*.

$$I_w \frac{d^2\theta}{dt^2} = H \cdot r(t) = \mu \cdot R \cdot r(t)$$

onde  $I_w$  denota o momento de inércia polar do conjunto roda-pneu-freio e  $r$  denota o raio do pneu que pode variar com o tempo.

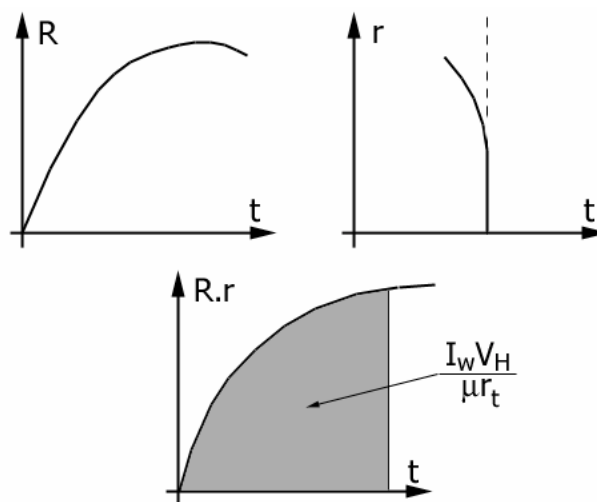
Efetuada a integral no tempo deste equilíbrio até o tempo onde a carga horizontal é máxima, tem-se:

$$I_w \frac{d\theta}{dt} \Big|_0^T = \int_0^T \mu \cdot R \cdot r(t) \cdot dt$$

$$I_w \frac{V_h}{r(T)} = \int_0^T \mu \cdot R \cdot r(t) \cdot dt$$

$$\frac{I_w \cdot V_h}{\mu \cdot r(T)} = \int_0^T R \cdot r(t) \cdot dt$$

Assim, obtendo-se a integral do lado direito da equação de forma experimental é possível determinar o tempo onde a carga horizontal atinge seu valor máximo e assim, utilizando as relações já apresentadas, calcular o valor da carga máxima horizontal.



**Figura 6 – Determinação do tempo de ocorrência da carga máxima horizontal**

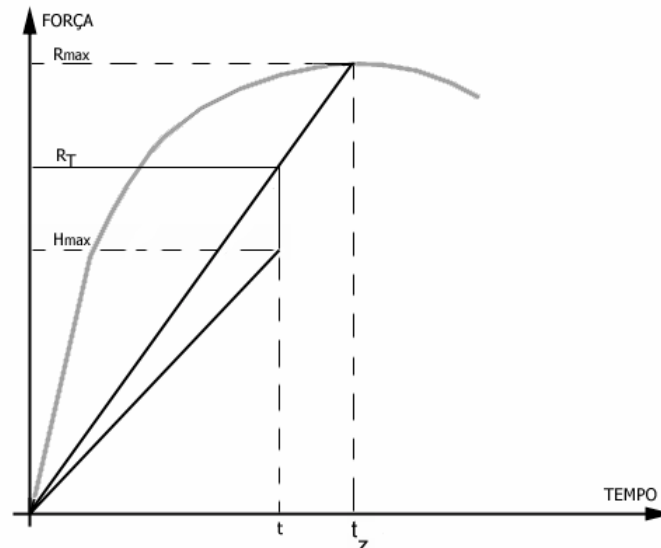
O *Part 23* permite as seguintes considerações simplificativas para este cálculo:

- o raio do pneu pode ser considerado constante, igual ao raio sob carga máxima



$$r(t) = r_e$$

- a variação da carga vertical com o tempo pode ser considerada linear



**Figura 7 – Variação simplificada das cargas horizontal e vertical com o tempo**

Assim, pode-se escrever para a carga horizontal:

$$H_{\max} = \mu \cdot R(t) \quad \text{se } t < t_z$$

$$H_{\max} = \mu \cdot R_{\max} \quad \text{se } t > t_z$$

E a carga vertical, linearizada, pode ser escrita como:

$$R(t) = \frac{R_{\max} \cdot t}{t_z}$$

Desta forma, tomando a equação:

$$\frac{I_w \cdot V_h}{\mu \cdot r(t)} = \int_0^T R \cdot r(t) \cdot dt$$

pode-se escrever:

$$\frac{I_w \cdot V_h}{\mu \cdot r_e^2} = \int_0^T \frac{R_{max} \cdot t}{t_z} \cdot dt = \frac{R_{max}}{t_z} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^T = \frac{R_{max}}{t_z} \cdot \frac{T^2}{2}$$

$$\therefore T = \frac{I}{r_e} \sqrt{\frac{2 \cdot V_h \cdot I_w \cdot t_z}{\mu \cdot R_{max}}}$$

como:

$$H_{max} = \mu \cdot R(t) \quad se \quad T < t_z$$

$$R(t) = \frac{R_{max} \cdot t}{t_z}$$

tem-se:

$$H_{max} = \frac{I}{r_e} \sqrt{\frac{2 \cdot V_h \cdot \mu \cdot R_{max} \cdot I_w}{t_z}}$$

onde  $R_{max}$  e  $t_z$  são obtidos através de ensaios,  $V_h$  geralmente é igual a  $1.2V_s$  e  $\eta$  para pista de asfalto é igual a  $0.80$ . O *Part 23* defini também que  $H_{max}$  não necessita ser maior que  $80\%$  de  $R_{max}$ .

## 10.8 CASOS DIVERSOS DE ATERRAGEM

Inicialmente, para o prosseguimento das análises, será considerado que a sustentação oferecida pela a asa ainda é igual ao peso da aeronave. Assim, não ocorre força na vertical do sistema e, conseqüentemente, não se tem variação de energia potencial devido ao deslocamento deste tipo de força.

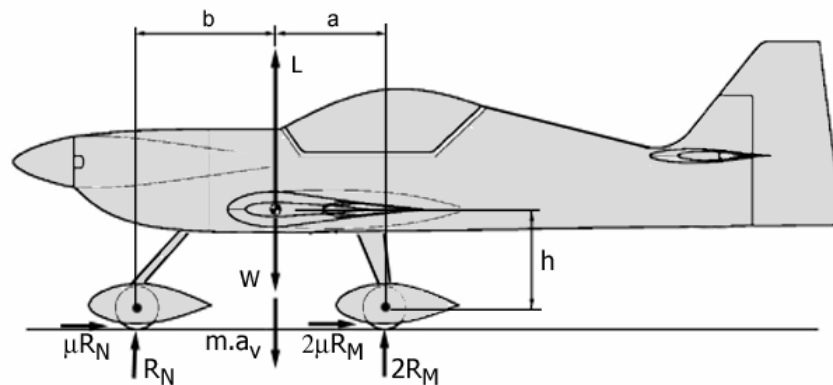
Assim, a energia absorvida pelo trem de aterragem será:

$$E_{ab} = \frac{W \cdot V_d^2}{2g} = \eta \cdot R_{max} \cdot \delta_{max}$$

As cargas de aterragem são aplicadas à aeronave em diversas condições básicas e atitudes especificadas nos regulamentos. Evidentemente, é impossível prever exatamente a

grandeza e a direção das cargas nos trens que podem ocorrer durante o pouso da aeronave. A finalidade dos regulamentos é exigir que o trem de aterragem seja capaz de resistir a combinações de cargas verticais, horizontais e laterais, dentro de limites que a experiência mostra serem adequados.

### 10.8.1 ATERRAGEM NIVELADA – TREM TRICICLO



**Figura 8 – Aterragem nivelada – Trem triciclo**

As equações de equilíbrio de força serão:

$$R_N + 2 \cdot R_M = \frac{W}{g} a_v$$

$$R_N (b - \mu \cdot h) - 2R_M (a + \mu \cdot h) = I_y \ddot{\theta}$$

Se for desconsiderada a aceleração de arfagem da aeronave durante o toque, ou seja,  $\ddot{\theta} = 0$ , porque as três tocaram o solo ao mesmo tempo:

$$\frac{R_N}{2 \cdot R_M} = \frac{a + \mu \cdot h}{b - \mu \cdot h}$$

$$R_M = \frac{W}{2} \frac{a_v}{g} \frac{b - \mu \cdot h}{a + b}$$

$$R_N = W \frac{a_v}{g} \frac{a + \mu \cdot h}{a + b}$$

Sendo  $E_n$  e  $E_m$  a energia absorvida pelo trem do nariz e pelo trem principal, respectivamente:

$$E_N = \eta \cdot (R_N)_{max} \cdot \delta_{max}$$

$$E_M = 2 \cdot \eta \cdot (R_M)_{max} \cdot \delta_{max}$$

Assim, a relação entre a energia absorvida pelo trem do nariz e pelo trem principal pode ser escrita como:

$$\frac{E_N}{E_M} = \frac{(R_N)_{max}}{2 \cdot (R_M)_{max}}$$

Sabendo que a energia total a ser absorvida pelo trem de aterragem é igual a energia cinética da aeronave na direção vertical,

$$E_N + E_M = \frac{W \cdot V_d^2}{2 \cdot g}$$

pode-se escrever a energia absorvida pelos trem de aterragem do nariz e principal como:

$$E_N = \frac{W \cdot V_d^2}{2 \cdot g} \frac{a + \mu \cdot h}{a + b}$$

$$E_M = \frac{W \cdot V_d^2}{2 \cdot g} \frac{b - \mu \cdot h}{a + b}$$

### 10.8.2 ATERRAGEM NIVELADA – TREM DE POUSO CONVENCIONAL

Admitindo aceleração de arfagem nula:

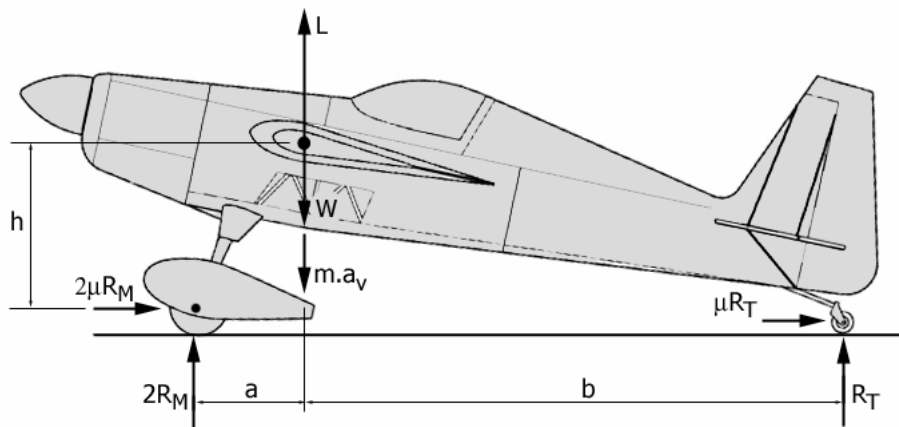
$$2 \cdot R_M (a - \mu \cdot h) - R_T (b + \mu \cdot h) = 0$$

$$2 \cdot R_M + R_T = W \cdot \frac{a_v}{g}$$

onde  $\frac{a_v}{g}$  denota o fator de carga no solo  $n_g$ . Combinando as duas equações, tem-se:

$$R_M = \frac{1}{2} \frac{b + \mu \cdot h}{a + b} n_g W$$

$$R_T = \frac{a - \mu \cdot h}{a + b} n_g W$$



**Figura 9 – Aterragem nivelada – trem convencional**

Para determinar a carga crítica no trem auxiliar, considera-se a condição mais crítica que é quando o atrito entre o pneu do trem principal e o solo é nulo. Neste caso o trem auxiliar deve resistir totalmente o momento decorrente das reações do trem principal.

$$(R_M)_{max} = \frac{1}{2} \frac{b + \mu \cdot h}{a + b} n_g W$$

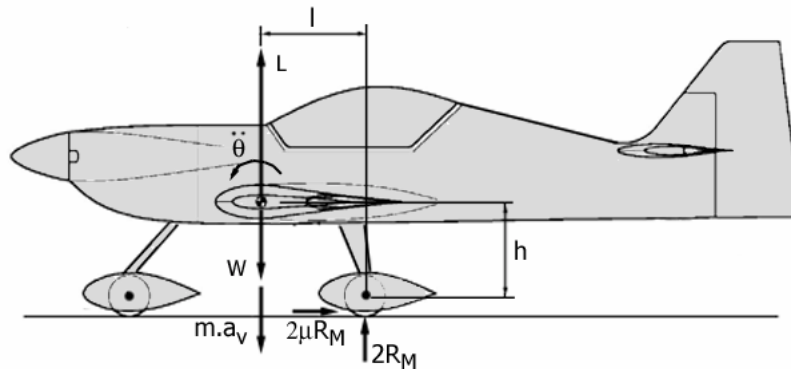
$$(R_T)_{max} = \frac{a}{a + b} n_g W$$

A energia absorvida pelos trens de pouso será, de forma análoga ao caso resolvido anteriormente:

$$(E_M)_{max} = \frac{1}{2} \frac{b + \mu \cdot h}{a + b} \frac{V_d^2}{2g} W$$

$$(E_T)_{max} = \frac{a}{a+b} \frac{V_d^2}{2g} W$$

### 10.8.3 ATERRAGEM NAS DUAS RODAS PRINCIPAIS



**Figura 10 – Aterragem nas duas rodas principais**

Para este tipo de aterragem deve-se ter o conceito de peso equivalente. Quando uma força  $R$  é aplicada no centro de gravidade de uma massa com peso  $W'$  a aceleração linear que resulta na direção  $v$  é:

$$a'_v = \frac{R \cdot g}{W'}$$

Se a força  $R$  não passa pelo centro de gravidade da massa, a aceleração do centróide desta permanece a mesma, mas, neste caso, a força produz também uma rotação na massa. No caso de uma aterragem simétrica de um avião nas duas rodas principais, se a resultante não passa pelo centro de gravidade do avião, a aceleração angular produzida será:

$$\ddot{\theta} = \frac{M}{I_y} = \frac{R \cdot l}{\frac{W}{g} k_y^2}$$

onde  $k_y$  denota o raio de giração do avião em relação ao seu eixo transversal.

A aceleração linear medida na linha de aplicação da força será:

$$a_t = a_v + l \cdot \ddot{\theta} = \frac{R \cdot g}{W} + \frac{R \cdot l}{\frac{W}{g} k_y^2} \cdot l = \frac{R \cdot g}{W} \left( 1 + \frac{l^2}{k_y^2} \right)$$

Fazendo  $a'_v = a_t$ , tem-se que:

$$W' = \frac{W}{1 + \frac{l^2}{k_y^2}}$$

Significando que quando uma força  $R$  é aplicada no centróide do peso equivalente, produz a mesma aceleração, velocidade e deslocamento que ocorre quando essa força é aplicada em ponto fora do centro de gravidade da massa real.

Portanto, a energia absorvida pelo trem principal na aterragem em duas rodas é menor pois,  $W' < W$ :

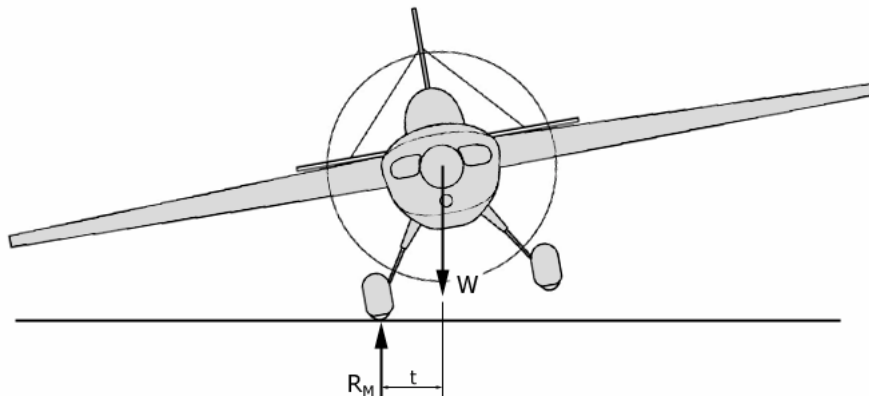
$$\frac{W' \cdot V_d^2}{2g} < \frac{W \cdot V_d^2}{2g}$$

Isto porque parte desta energia é absorvida pela aceleração de arfagem da aeronave.

Se forem levadas em consideração as forças horizontais para o cálculo do peso equivalente, tem-se:

$$W' = \frac{W}{1 + \frac{l^2}{k_y^2} + \frac{\mu \cdot h \cdot l}{k_y^2}}$$

#### 10.8.4 ATERRAGEM EM UMA RODA



**Figura 11 – Aterragem em uma roda**

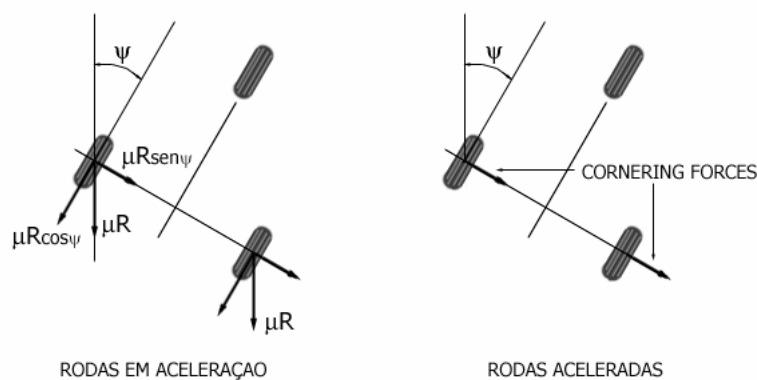
Neste caso pode-se calcular o peso equivalente do mesmo modo que no caso anterior, chegando ao seguinte resultado:

$$W' = \frac{W}{1 + \frac{l^2}{k_y^2} + \frac{t^2}{k_x^2}}$$

Para este caso, a energia absorvida pelo trem de pouso também será menor. Todavia, os momentos de rolamento, arfagem e guinada que ocorrem devido à aplicação das cargas de aterragem, podem resultar em carga críticas para alguns elementos estruturais da aeronave, como, por exemplo, a alma de cisalhamento da longarina da anta entre os lados da fuselagem, a ligação da asa à fuselagem e a própria fuselagem em flexão lateral.



### 10.8.5 ATERRAGEM COM VELOCIDADE LATERAL



**Figura 12 – Aterrissagem com velocidade lateral**

Nos requisitos, as condições de aterrissagem incluem aterrissagem com velocidade lateral ou derrapagem do avião em relação a pista. Enquanto as rodas se encontram em aceleração as cargas laterais podem ser obtidas através da decomposição da carga horizontal de acordo com o ângulo de derrapagem da aeronave em relação a velocidade de pouso:

$$R_{HM} = \mu \cdot R \cdot \cos \psi$$

$$R_{LM} = \mu \cdot R \cdot \sin \psi$$

Após a aceleração das rodas, ou seja, após as rodas atingirem a velocidade igual a velocidade horizontal do avião, momento em que deixam de existir as cargas horizontais, as cargas laterais (*cornering forces*) podem ser calculadas de forma empírica como:

$$R_{LM} = 0.05 \cdot R \cdot \psi \text{ (graus) para } \psi < 5^\circ$$

### 10.9 EFEITO DA SUSTENTAÇÃO RESÍDUAL NA DETERMINAÇÃO DAS CARGAS DE ATERRAGEM

Seja a sustentação residual igual a:

$$L = k_L \cdot W$$

Nesse caso, depois do impacto, devido ao deslocamento do conjunto pneumo-amortecedor, o trem deve absorver em quantidade adicional de energia potencial, dada pela equação:

$$EP = (W - L) \cdot \delta = W \cdot (1 - k_L) \cdot \delta$$

Assim, a energia total absorvida será:

$$E_{ab} = \frac{W \cdot V_d^2}{2g} + W \cdot \delta \cdot (1 - k_L)$$

Terem-se, portanto:

$$\eta \cdot R_{max} \cdot \delta_{max} = \frac{W \cdot V_d^2}{2g} + W \cdot \delta \cdot (1 - k_L)$$

### 10.9.1 ATERRAGEM NIVELADA

Para aterragem nivelada, tem-se:

$$R_N + 2 \cdot R_M = \frac{W}{g} a_v + (W - L)$$

$$R_N (b - \mu \cdot h) - R_M (a + \mu \cdot h) = I_y \ddot{\theta}$$

Se for desconsiderada a aceleração de arfagem da aeronave durante o toque, ou seja,  $\ddot{\theta} = 0$ , porque as três tocaram o solo ao mesmo tempo:

$$R_M = \frac{W}{2} (n_g + 1 - k_L) \frac{b - \mu \cdot h}{a + b}$$

$$R_n = W (n_g + 1 - k_L) \frac{a + \mu \cdot h}{a + b}$$

$$E_N = \left[ \frac{W \cdot V_d^2}{2g} + W (1 - k_L) \cdot \delta \right] \left( \frac{a + \mu \cdot h}{a + b} \right)$$

$$E_M = \left[ \frac{W \cdot V_d^2}{2g} + W(1 - k_L) \cdot \delta \right] \left( \frac{b - \mu \cdot h}{a + b} \right)$$

ou:

$$E_{N,M} = \frac{W_E \cdot V_d^2}{2g} + W_E(1 - k_L) \cdot \delta$$

onde:

$$W_E|_N = W \frac{a + \mu \cdot h}{a + b}$$

$$W_E|_M = W \frac{b - \mu \cdot h}{a + b}$$

### 10.9.2 ATERRAGEM NIVELADA COM TREM CONVENCIONAL

De forma semelhante ao caso anterior:

$$E_{N,M} = \frac{W_E \cdot V_d^2}{2g} + W_E(1 - k_L) \cdot \delta$$

onde:

$$W_E|_M = W \frac{b + \mu \cdot h}{a + b}$$

$$W_E|_T = W \frac{a}{a + b}$$

### 10.9.3 ATERRAGEM EM DUAS RODAS E EM UMA RODA

Tem-se então para a energia absorvida pelo trem principal:

$$E_M = \frac{W' \cdot V_d^2}{2g} + (W' - L) \cdot \delta$$

## 10.10 ENSAIOS DE QUEDA LIVRE

Nos regulamentos são exigidos dois ensaios de queda livre dos trens de aterragem. O primeiro tem a finalidade de verificar o fator de carga utilizado nos cálculos das cargas limites do trem. O segundo mostra se o trem é capaz de absorver um certo excesso de energia sem ruptura.

Os ensaios podem ser feitos com o trem fixo no avião. Neste caso suspende-se o avião até uma altura determinada ( $H$ ) que corresponde à velocidade de descida exigida, e deixa-se o avião cair. Pode-se determinar a aceleração máxima durante o impacto e o deslocamento do trem de pouso.

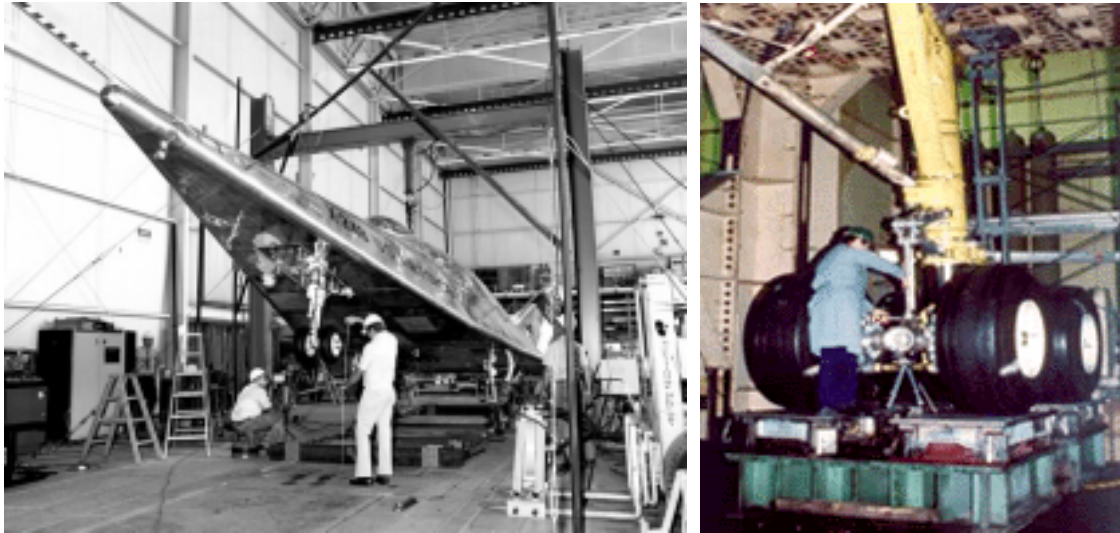
Geralmente, prefere-se ensaiar o trem isoladamente do avião, para maior aperfeiçoamento do trem sem danificar a estrutura do avião que está em desenvolvimento.

Para simular a velocidade longitudinal do avião pode-se dar em rotação na roda de modo que a velocidade periférica seja igual à velocidade horizontal. Outro método é colocar um piso móvel por baixo do aparelho.

O ensaio é feito com um peso equivalente ( $W_E$ ) à reação de cada trem de pouso como o solo tal que:

$$W_E = W \frac{a \pm \mu \cdot h}{a + b} \text{ para trem auxiliar (bequilha) ou trem de nariz}$$

$$W_E = \frac{W}{2} \text{ para trem principal}$$



**Figura 13 – Ensaio de queda livre de trem de aterragem**

A altura de lançamento pode ser determinada de acordo com a relação entre a velocidade de descida e a energia cinética do sistema:

$$W_E \cdot H = \frac{1}{2} \frac{W_E}{g} V_d^2 \Rightarrow H = \frac{V_d^2}{2g}$$

A energia absorvida pelo trem no ensaio será:

$$E_e = \frac{W_E V_d^2}{2g} + W_E \cdot \delta = W_E (H + \delta)$$

Se no momento de tocar o solo, for aplicada em força  $L = k_L \cdot W$  para cima, simulando a sustentação:

$$E_e = W_E H + (W_E - L) \delta = W_E [H + (1 - k_L) \delta]$$

que é exatamente a energia que o trem deverá realmente absorver no pouso.

Mas a aplicação desta força é muito difícil na prática. Assim, deve-se achar um meio de reduzir essa energia diminuindo  $H$  ou  $W_E$  de uma forma coerente. Diminuindo  $H$  a velocidade de impacto será diferente e as condições do ensaio não representaram com exatidão a realidade. Assim, a alternativa é reduzir o valor de  $W_E$ . A energia absorvida com a massa reduzida  $W_e$  será:

$$E_e = W_e(H + \delta_e)$$

a qual deverá ser igual a energia que o trem de pouso tem que realmente absorver:

$$E_e = W_E [H + (1 - k_L)\delta]$$

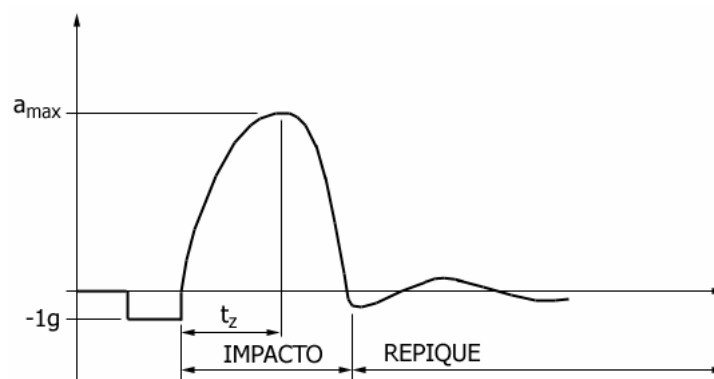
Assim:

$$W_e = W_E \left[ \frac{H + (1 - k_L) \cdot \delta}{H + \delta_e} \right]$$

Para encontrar então o valor exato de  $W_e$  deve-se efetuar um processo de ensaios iterativos até que ocorra  $\delta = \delta_e$ .

### 10.10.1 MEDIDA DO FATOR DE CARGA

Para determinar o fator de carga máximo durante o impacto coloca-se acelerômetros em pontos específicos do dispositivo de ensaio e efetua-se o registro das acelerações ao longo do tempo durante o impacto.



**Figura 14 – Acelerações durante o impacto de um trem de aterragem**

Entretanto, como a massa utilizando para o ensaio não é a massa real da aeronave, deve-se calcular uma relação entre o fator de carga observado no ensaio e o fator de carga que realmente será observado na realidade do trem de aterragem montado sob a aeronave. Assim, o fator de carga no ensaio será:

$$n_j = \frac{R_{max}}{W_e} = 1 + \frac{a_{max}}{g}$$

o fator de carga no solo para em avião de peso  $W_E$  será:

$$n_g = \frac{R_{max}}{W_E}$$

Assim, pode-se concluir que:

$$n_g = n_j \frac{W_e}{W_E}$$

ou, utilizando a relação calculada anteriormente:

$$n_g = n_j \frac{H + (1 - k_L) \cdot \delta}{H + \delta_e}$$

Esta relação permite calcular o fator de carga no solo, a partir do fator de carga determinado no ensaio.

### 10.10.2 RESULTADOS DOS ENSAIOS

Para se fazer os ensaios são necessário as seguintes informações:

- Altura de queda livre ( $H$ );
- Peso efetivo do ensaio ( $W_e$ )
- Estimativa da deflexão do trem de aterragem ( $\delta$ )

As informações mínimas a serem obtidas são:

- A aceleração máxima registrada durante o impacto, na direção do movimento da massa;
- O deslocamento total da massa depois do impacto, na direção do percurso da massa, geralmente vertical.

A aceleração é medida por meio de um acelerômetro, o qual pode ser inquirido ao temporalmente no decorrer do ensaio. Do registro de acelerações no tempo pode-se obter o valor da aceleração máxima e o tempo de sua ocorrência. Com o valor de aceleração máxima, como visto anteriormente, pode-se calcular o fator de carga no solo efetivo para a aeronave. O valor do tempo que ocorre a aceleração máxima é de extrema importância para o cálculo das reações horizontais, conforme também já foi visto anteriormente.

A variação no tempo da aceleração após o impacto (no repique) também é importante para a análise do comportamento de absorção de energia do trem. Se ocorrer, após o impacto, acelerações iguais ou menores que  $-1$  significa que a roda deixou o solo e deve haver um impacto secundário, o qual não é desejado.

A medida do deslocamento do trem durante o ensaio serve, como foi visto, para verificar se o peso reduzido para o ensaio foi coerente com os cálculos de energia.

### 10.10.3 ENSAIO DE ABSORÇÃO DE EXCESSO DE ENERGIA

Este ensaio serve para verificar se, no caso de necessidade do trem de aterragem absorver uma quantidade maior de energia, vai haver ruptura<sup>3</sup>. Esse ensaio é exigido pelos regulamentos e a velocidade de descida é definida como:

$$(V_d)_{ex} = 1.2 \cdot V_d$$

causando:

$$(H)_{ex} = 1.44 \cdot H$$

## 10.11 ROLAGEM

É necessário levar em conta condições de carregamento que podem ocorrer durante a operação do avião na pista. Dentre as condições mais importantes tem-se:

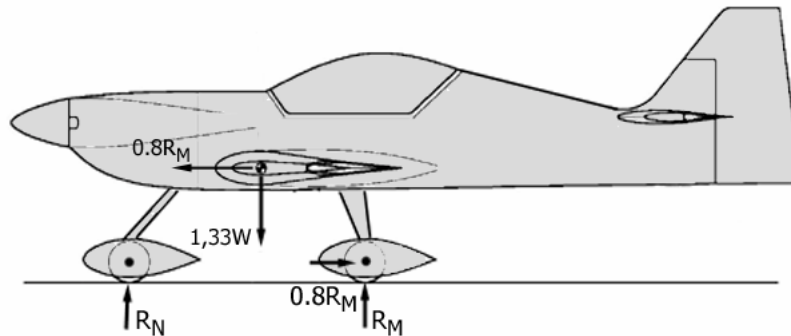
---

<sup>3</sup> Este ensaio representa a condição de carga final do trem. Este pode ser danificado com este excesso de carga, mas não deve haver ruptura.



### 10.11.1 ROLAGEM COM FREIOS

Supões que o avião esteja nivelado, com o trem em contato com o solo sem velocidade de descida e com freio aplicado. O coeficiente de atrito entre a pista e os pneus devem ser de 0.8. Deve-se considerar um fator de carga vertical de 1.33 e uma carga horizontal igual a 80% da reação do trem principal.



**Figura 15 – Rolagem com freios**

### 10.12 CURVAS

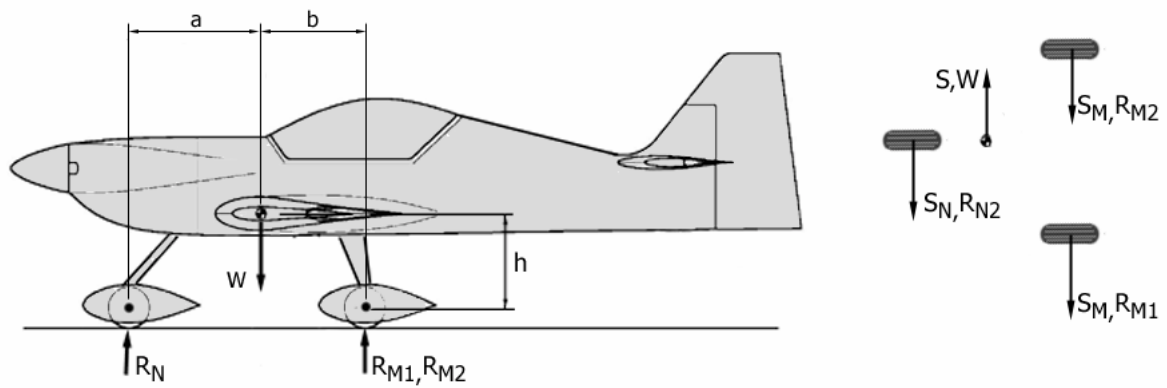
Nesta condição é suposta uma combinação de carga vertical e lateral no centro de gravidade do avião, que resulta em cargas nos trens semelhantes às cargas que ocorrem na execução de uma curva.

$$S_N = S_M = S$$

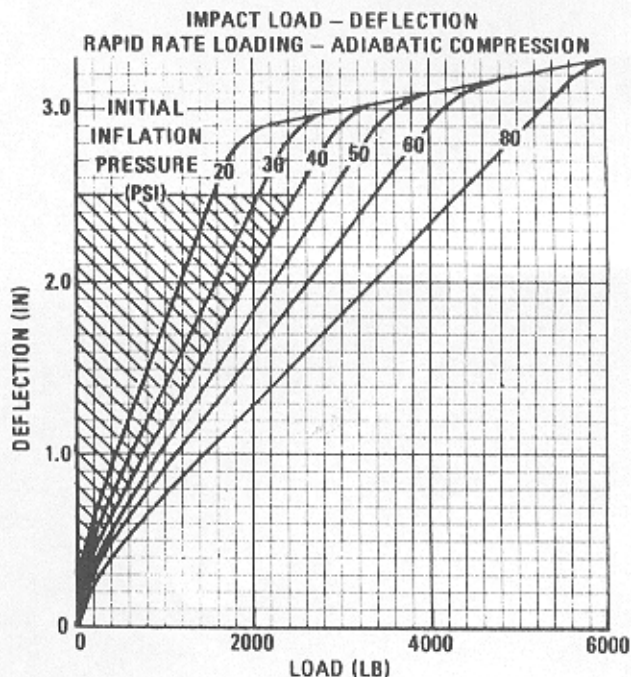
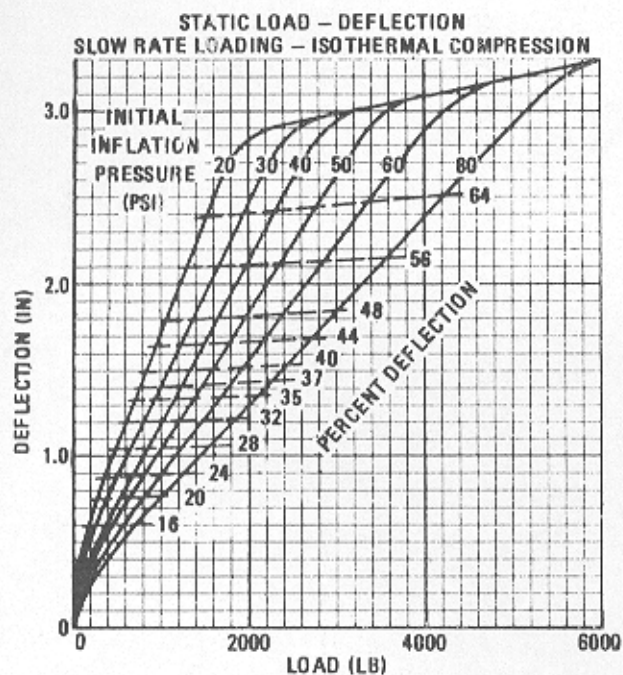
$$R_N = W \frac{a}{a+b}$$

$$R_{M1} = W \left[ \frac{b}{a+b} + \frac{S \cdot h}{t} \right]$$

$$R_{M2} = W \left[ \frac{b}{a+b} - \frac{S \cdot h}{t} \right]$$



**Figura 16 – Forças atuantes nas curvas**



Deflection scale:  $\frac{1.0 \text{ in}}{.9166 \text{ in}}$  ; Load scale:  $\frac{2000 \text{ lb}}{.9166 \text{ in}}$

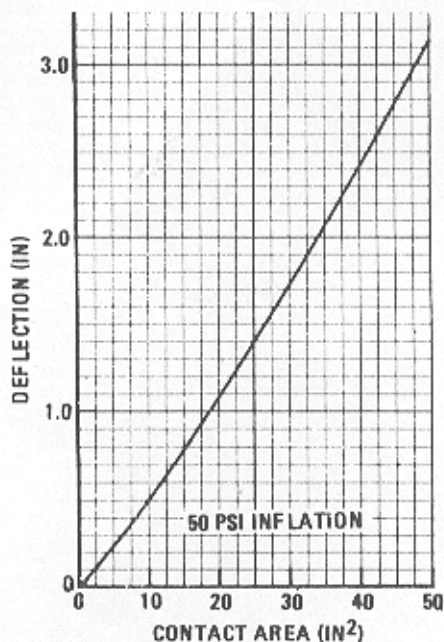
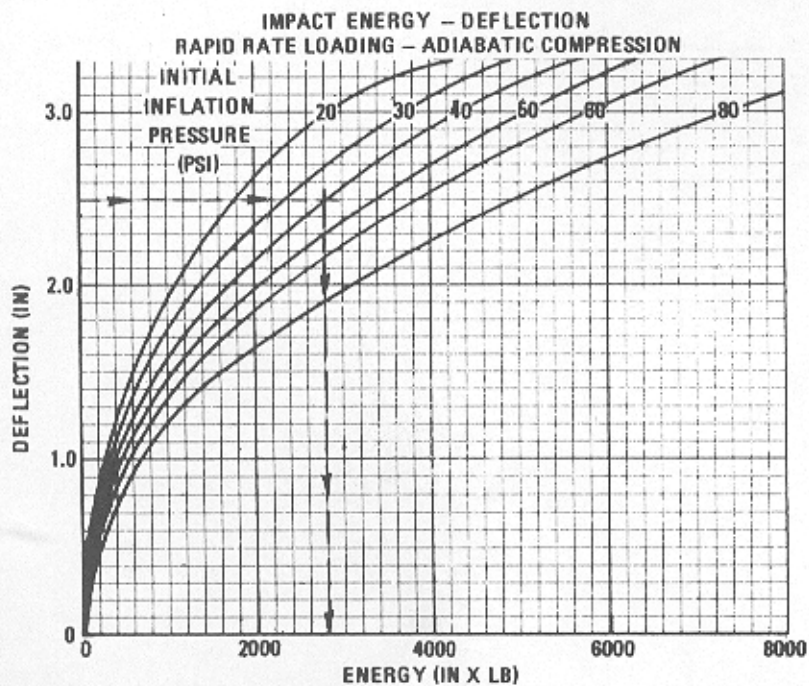


Figure 4-47. Tire Performance Curves - Size 5.00-5 - Type III - 6 P.R.

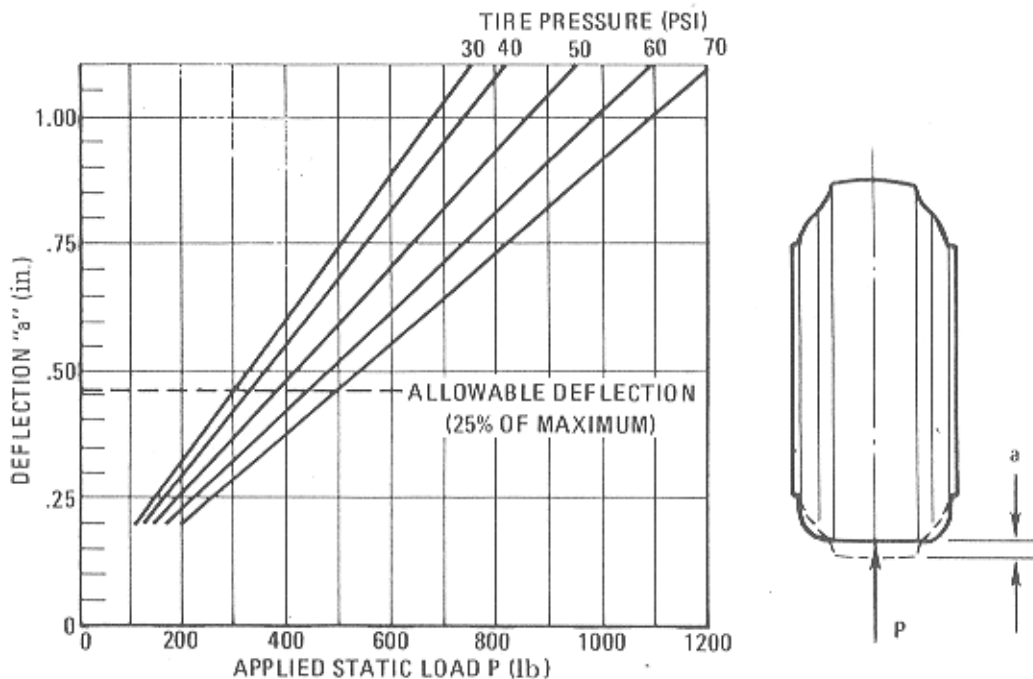


Figure 4-52. Load/Deflection Curve — 8" Dia. Tail Wheel Tire

TIRE DATA

\*Table 4-IV Type III Tires — Engineering Data

| Size    | Construction |          | Service Rating |            |            |                 | Inflated Dimensions (in.) |              |              |                  |                  |                   |                   |                   |                    |                   | Flat Tire Rad. (in.) | Aspect Ratio | Wheel (in.) |      |        |           |   |
|---------|--------------|----------|----------------|------------|------------|-----------------|---------------------------|--------------|--------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|-------------------|----------------------|--------------|-------------|------|--------|-----------|---|
|         | Fly Rating   | TT or TL | Speed (mph)    | Load (lbs) | Inf. (psi) | Max. Load (lbs) | Bot. Load (lbs)           | Force Design | Weight (lbs) | Outside Dia. Max | Outside Dia. Min | Section Width Max | Section Width Min | Shoulder Dia. Max | Shoulder Width Max | Loaded Rad. (in.) |                      |              | Wheel Size  | 1    | 2      | 3         | 4 |
| 3.50-6  | 4            | TT       | 40             | 770        | 45         | 1,120           | 2,100                     | Rib          | 2.8          | 12.50            | 12.40            | 3.70              | 3.45              |                   |                    | 5.3               | 1.4                  | 923          | 3.50-6      | 2.45 | 6.000  | 560       |   |
| 3.50-6  | 6            | TT       | 40             | 1,200      | 70         | 1,740           | 3,200                     | Rib          | 2.8          | 12.80            | 12.40            | 3.70              | 3.45              |                   |                    | 5.3               | 1.5                  | 923          | 3.50-6      | 2.45 | 6.000  | 560       |   |
| 5.00-4  | 4            | TT       | 120            | 700        | 25         | 1,020           | 1,900                     | Rib          | 3.8          | 13.25            | 12.70            | 5.05              | 4.75              | 11.60             | 1.30               | 5.2               | 3.6                  | 915          | 5.00-4      | 3.50 | 4.000  | 750 800   |   |
| 5.00-4  | 6            | TT       | 120            | 1,200      | 55         | 1,740           | 3,240                     | Rib          | 3.9          | 13.25            | 12.70            | 5.05              | 4.75              | 11.60             | 1.30               | 5.2               | 3.7                  | 915          | 5.00-4      | 3.50 | 4.000  | 750 800   |   |
| 5.00-6  | 4            | TT       | 120            | 800        | 31         | 1,160           | 2,200                     | Rib          | 4.8          | 14.20            | 13.65            | 4.95              | 4.65              | 12.55             | 4.20               | 5.7               | 1.1                  | 929          | 5.00-6      | 3.50 | 5.000  | 750 800   |   |
| 5.00-6  | 6            | TT       | 120            | 1,260      | 50         | 1,830           | 3,400                     | Rib          | 4.7          | 14.20            | 13.65            | 4.95              | 4.65              | 12.55             | 4.20               | 5.7               | 1.2                  | 929          | 5.00-6      | 3.50 | 5.000  | 750 800   |   |
| 5.00-6  | 6            | TT       | 120            | 1,285      | 50         | 1,865           | 3,500                     | Rib          | 4.9          | 14.20            | 13.65            | 4.95              | 4.65              | 12.55             | 4.20               | 5.7               | 1.2                  | 929          | 5.00-6      | 3.50 | 5.000  | 750 800   |   |
| 6.00-6  | 4            | TT       | 120            | 1,150      | 29         | 1,670           | 3,100                     | Rib          | 7.7          | 17.50            | 16.80            | 6.30              | 5.90              | 15.45             | 5.35               | 6.9               | 4.6                  | 913          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 6.00-6  | 6            | TT       | 120            | 1,750      | 42         | 2,540           | 4,500                     | Rib          | 7.7          | 17.50            | 16.80            | 6.30              | 5.90              | 15.45             | 5.35               | 6.9               | 4.7                  | 913          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 6.00-6  | 8            | TT       | 120            | 2,350      | 55         | 3,410           | 6,300                     | Rib          | 7.3          | 17.50            | 16.80            | 6.30              | 5.90              | 15.45             | 5.35               | 6.9               | 4.8                  | 913          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 6.50-8  | 4            | TT       | 120            | 1,500      | 30         | 2,180           | 4,000                     | Rib          | 11.7         | 19.85            | 19.15            | 6.90              | 6.50              | 17.70             | 5.85               | 8.0               | 5.6                  | 858          | 6.50-8      | 5.25 | 8.000  | 812 800   |   |
| 6.50-8  | 6            | TT       | 120            | 2,300      | 51         | 3,340           | 6,200                     | Rib          | 12.0         | 19.85            | 19.15            | 6.90              | 6.50              | 17.70             | 5.85               | 8.0               | 5.7                  | 858          | 6.50-8      | 5.25 | 8.000  | 812 800   |   |
| 6.50-8  | 8            | TT       | 120            | 3,150      | 75         | 4,570           | 8,500                     | Rib          | 12.4         | 19.85            | 19.15            | 6.90              | 6.50              | 17.70             | 5.85               | 8.0               | 5.8                  | 858          | 6.50-8      | 5.25 | 8.000  | 812 800   |   |
| 6.50-10 | 6            | TT       | 120            | 2,170      | 60         | 4,020           | 7,500                     | Rib          | 13.0         | 22.10            | 21.35            | 6.65              | 6.25              | 19.90             | 5.65               | 9.1               | 6.7                  | 908          | 6.50-10     | 4.75 | 10.000 | 812 800   |   |
| 6.50-10 | 8            | TT       | 120            | 3,750      | 80         | 5,440           | 10,100                    | Rib          | 14.9         | 22.10            | 21.35            | 6.65              | 6.25              | 19.90             | 5.65               | 9.1               | 6.8                  | 908          | 6.50-10     | 4.75 | 10.000 | 812 800   |   |
| 6.50-10 | 10           | TT       | 120            | 4,750      | 100        | 6,800           | 12,800                    | Rib          | 14.2         | 22.10            | 21.35            | 6.65              | 6.25              | 19.90             | 5.65               | 9.1               | 7.0                  | 908          | 6.50-10     | 4.75 | 10.000 | 812 1,100 |   |
| 7.00-6  | 4            | TT       | 120            | 1,250      | 23         | 1,810           | 3,400                     | Rib          | 10.8         | 18.75            | 18.00            | 7.00              | 6.60              | 16.45             | 5.95               | 7.3               | 4.6                  | 909          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 7.00-6  | 6            | TT       | 120            | 1,900      | 38         | 2,760           | 5,100                     | Rib          | 10.6         | 18.75            | 18.00            | 7.00              | 6.60              | 16.45             | 5.95               | 7.3               | 4.6                  | 909          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 7.00-6  | 8            | TT       | 120            | 2,550      | 54         | 3,760           | 6,900                     | Rib          | 10.4         | 18.75            | 18.00            | 7.00              | 6.60              | 16.45             | 5.95               | 7.3               | 4.7                  | 909          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 7.00-8  | 4            | TT       | 120            | 1,600      | 30         | 2,320           | 4,300                     | Raw          | 9.6          | 20.85            | 20.10            | 7.30              | 6.95              | 18.55             | 6.20               | 8.3               | 5.6                  | 881          | 7.00-8      | 5.50 | 8.000  | 812 800   |   |
| 7.00-8  | 6            | TT       | 120            | 2,400      | 45         | 3,480           | 6,500                     | Raw          | 9.7          | 20.85            | 20.10            | 7.30              | 6.95              | 18.55             | 6.20               | 8.3               | 5.7                  | 881          | 7.00-8      | 5.50 | 8.000  | 812 800   |   |
| 7.00-8  | 14           | TL       | 100K           | 5,800      | 110        | 8,410           | 15,700                    | Rib          | 18.7         | 20.85            | 20.10            | 7.30              | 6.95              | 18.55             | 6.20               | 8.3               | 6.2                  | 881          | 7.00-8      | 5.50 | 8.000  | 812 1,300 |   |
| 7.50-10 | 4            | TT       | 120            | 3,000      | 46         | 4,350           | 8,100                     | Rib          | 15.8         | 24.15            | 23.30            | 7.65              | 7.20              | 21.60             | 6.60               | 9.7               | 6.7                  | 924          | 7.50-10     | 5.50 | 10.000 | 812 900   |   |
| 8.00-4  | 4            | TT       | 120            | 1,100      | 24         | 1,600           | 3,000                     | Rib          | 8.3          | 18.00            | 17.15            | 8.30              | 7.80              | 15.50             | 7.05               | 6.7               | 3.5                  | 842          | 8.00-4      | 5.50 | 4.000  | 690 800   |   |
| 8.00-6  | 4            | TT       | 120            | 1,350      | 23         | 1,950           | 3,600                     | Raw          | 9.7          | 19.60            | 18.75            | 7.95              | 7.60              | 17.05             | 6.75               | 7.5               | 4.6                  | 849          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 8.00-6  | 6            | TT       | 120            | 2,050      | 35         | 2,970           | 5,500                     | Rib          | 10.7         | 19.60            | 18.75            | 7.95              | 7.60              | 17.05             | 6.75               | 7.5               | 4.7                  | 849          | 6.00-6      | 5.00 | 6.000  | 750 800   |   |
| 8.50-6  | 4            | TT       | 120            | 1,500      | 29         | 2,320           | 4,300                     | Rib          | 12.5         | 22.10            | 21.15            | 8.85              | 8.30              | 19.20             | 7.60               | 8.4               | 4.7                  | 911          | 8.50-6      | 6.00 | 6.000  | 875 900   |   |
| 8.50-6  | 6            | TT       | 120            | 2,275      | 39         | 3,390           | 6,100                     | Rib          | 12.4         | 22.10            | 21.15            | 8.85              | 8.30              | 19.20             | 7.60               | 8.4               | 4.8                  | 911          | 8.50-6      | 6.00 | 6.000  | 875 900   |   |
| 8.50-10 | 8            | TT       | 120            | 4,100      | 50         | 6,380           | 11,900                    | Rib          | 22.6         | 25.05            | 24.70            | 8.70              | 8.20              | 22.80             | 7.40               | 10.2              | 6.8                  | 897          | 8.50-10     | 6.25 | 10.000 | 812 1,150 |   |
| 8.50-10 | 10           | TL       | 120            | 5,500      | 70         | 7,980           | 14,800                    | Rib          | 31.1         | 25.05            | 24.70            | 8.70              | 8.20              | 22.80             | 7.40               | 10.2              | 7.0                  | 897          | 8.50-10     | 6.25 | 10.000 | 812 1,350 |   |

NOTE: Sizes shown in this table were limited to a static load of 6,000 lbs. For larger capacities see manufacturers' catalogs. Inflation pressure is unloaded.

### Determination of Shock Absorber Travel for Limit Load

The design problem is to determine the required total travel (shock absorber + tire deflection), which will absorb the aircraft energy without exerting an overly high load factor. It is customary to use a Limit Ground Reaction Load Factor of 3.00-3.50. Higher load factors are acceptable, although rather uncomfortable. In general, for aircraft with the main landing gear attached to the wing, it is desirable to keep the landing gear loads (wing bending) smaller than the aerodynamic loads.

The longer the shock absorber stroke, the lower will be the load factor. But there are considerations which may limit the size of the shock absorber, such as: space for landing gear retraction, weight of the landing gear, aerodynamic drag of a fixed landing gear, aircraft attitude on the ground, and also the minimum load factors given in FAR 23.473(g) as follows:

|                                     |              |
|-------------------------------------|--------------|
| Minimum Inertia Load Factor         | $n = 2.67$   |
| Minimum Ground Reaction Load Factor | $n_z = 2.00$ |

These load factors are minimum allowables for support structure and gear structure.

The vertical speed is specified by FAR 23.473(d) as a function of wing loading:

$$V = 4.4 \left( \frac{W}{S} \right)^{1/4} \quad \therefore V^2 = 19.36 \sqrt{\frac{W}{S}}$$

The wing lift during the descent can be calculated with the aerodynamic equation:

$$L = \frac{S_w V_s^2 C_l}{390}$$

where:  $V_s$  = Aircraft Stall Speed (mph)  
 $S_w$  = Wing Area (ft.<sup>2</sup>)  
 $C_l$  = Wing Lift Coefficient —  
 Assume  $C_l = 1.0$  (post stall)

The ratio between the wing lift and the weight, according to FAR 23.473(e), cannot be higher than 2/3. The designer has a choice of calculating the wing lift or using the maximum value allowed by the regulation. A general equation to calculate the required shock absorber stroke can be written as follows:

$$\text{Since: } r = \frac{L}{W} = \frac{2}{3} = .667 \text{ and "g"} = 32.2 \text{ ft./sec.}^2$$

$$d_s = \frac{.30 \sqrt{\frac{W}{S}} - d_t [(n_z K_t) - .333]}{(n_z K_s) - .333}$$

The designer now has to select the tire and the type of shock absorber. The tire is selected by static loads, as shown on page 42; the maximum deflection can be calculated from the data shown in

Tables 4-IV to 4-IX by subtracting the flat tire radius from the inflated radius. The limit deflection can be taken as .75 of the total deflection or can be found in the load deflection curves for Type III tires in Figures 4-46 to 4-52.

For preliminary design purposes, average efficiency of different types of shock absorbers listed in 9-IV can be used in the previous equation to calculate the required stroke for limit load.

Assuming an average value for  $n_z = 3.0$  and tire efficiency  $K_t = .42$ :

$$d_s = \frac{.30 \sqrt{\frac{W}{S}} - d_t [ .927 ]}{(3.0 K_s) - .333}$$

Table 9-IV. Shock Absorbers Stroke

| Type of Shock Absorber                 | Efficiency $K_s$ | Typical Shock Stroke for Limit Load: $d_s$ (ft.) |
|--|------------------|--|
| Air Spring                             | 0.45             | $0.29 \sqrt{W/S} - d_t$ 0.91                     |
| Steel Spring                           | 0.50             | $0.25 \sqrt{W/S} - d_t$ 0.79                     |
| Rubber Spring                          | 0.60             | $0.20 \sqrt{W/S} - d_t$ 0.63                     |
| Ring Spring                            | 0.70             | $0.17 \sqrt{W/S} - d_t$ 0.52                     |
| Oleo/Pneumatic Without Orifice Control | 0.75             | $0.16 \sqrt{W/S} - d_t$ 0.48                     |
| Oleo/Pneumatic With Orifice Control    | 0.85             | $0.13 \sqrt{W/S} - d_t$ 0.42                     |

It must be emphasized that these values are calculated with several assumptions, as listed before. For other values use the general equation.

### Determination of Shock Absorber Travel for Reserve Energy

According to FAR 23.723, it must be shown by energy absorption tests that the limit load factor selected for design will not be exceeded in landings with the limit descent velocity. Also, the landing gear may not fail, but may yield, in a test showing its Reserve Energy absorption capacity, simulating a descent velocity of 1.2 times the limit descent velocity, and assuming lift equal to the weight of the airplane. The 20% increase in the descent velocity is equivalent to 44% increase of the Kinetic Energy.

The strut stroke required for the Reserve Energy drop test will depend on the capacity of the tire to absorb some of the additional energy, and also in the characteristics of the shock absorber. The ground load factor  $n_z$  for Reserve Energy can be increased by 20% and  $r = L/W = 1$ .

The general equation for Reserve Energy shock absorber stroke is as follows:

$$d_{sRE} = \frac{1.44 \times 30 \sqrt{\frac{W}{S}} - d_t (n_{zRE} K_t)}{n_{zRE} K_s}$$

Assuming an average value of  $n_{zRE} = 3.0 \times 1.2 = 3.6$  and tire efficiency  $K_t = .42$ .

$$d_{sRE} = \frac{.43 \sqrt{\frac{W}{S}} - d_t (1.512)}{3.6 K_s}$$

Table 9-V lists required strokes for Reserve Energy for different types of shock absorbers.

Table 9-V. Shock Absorbers Strokes for Reserve Energy

| Type of Shock Absorber                 | Efficiency $K_s$ | Typical Shock Stroke for Reserve Energy: $d_{sRE}$ (ft.) |
|--|------------------|--|
| Air Spring                             | 0.45             | $0.26 \sqrt{W/S} - d_t \ 0.93$                           |
| Steel Spring                           | 0.50             | $0.24 \sqrt{W/S} - d_t \ 0.84$                           |
| Rubber Spring                          | 0.60             | $0.20 \sqrt{W/S} - d_t \ 0.70$                           |
| Ring Spring                            | 0.70             | $0.17 \sqrt{W/S} - d_t \ 0.60$                           |
| Oleo-Pneumatic Without Orifice Control | 0.75             | $0.16 \sqrt{W/S} - d_t \ 0.56$                           |
| Oleo-Pneumatic With Orifice Control    | 0.85             | $0.14 \sqrt{W/S} - d_t \ 0.49$                           |

The tire maximum deflection ( $d_t$ ) should be used with these equations.

It will be noted that the strokes required for Reserve Energy are smaller than for Limit Loads. This is mostly due to the 20% increase in the load factor and the greater tire deflection.

#### Example: Calculation of Shock Absorber Stroke

Calculate the shock absorber stroke for an aircraft with the following characteristics:

Maximum Design Weight: 1780 lb.  
 Fuel Capacity: 32 gal.  
 Wing Area: 216 ft.<sup>2</sup>

Design for a Ground Reaction Limit Load Factor  $n_z = 3.0$

Design Landing Weight = (Max. Design Weight) - (.25 × Fuel Weight)

= 1780 lb. - .25 × (32 gal.) × (6.0 lb./gal.)  
 = 1780 - 48 = 1732 lb.

Wing Loading:  $\frac{W}{S} = \frac{1732 \text{ lb.}}{216 \text{ ft.}^2} = 8.00 \text{ lb./ft.}^2$

Level landing, load on each wheel:

$$P = \frac{1732 \text{ lb.} \times 3.00}{2} = 2598 \text{ lb.}$$

Select 5.00 - 5, 6PR, Type III tire inflated to 40 psi.-reference Figure 4-47.

Impact Load Deflection; at 2598 lb.: Deflection is 2.55 in. (.21 ft.).

Tire efficiency  $K_t = 0.45$ .

Oleo-pneumatic shock strut without orifice control ∴  $K_s = 0.75$ .

$$d_s = \frac{.30 \sqrt{8.00} - .21 [(3.0 \times 0.45) - .333]}{(3.0 \times 0.75) - .333} = \frac{.848 - .213}{1.917} = .331 \text{ ft.} = \underline{3.97 \text{ in.}}$$

Total deflection: Tire = 2.55 in.  
 Strut = + 3.97 in.  
 Total = 6.52 in.

Check for Reserve Energy:  $n_{zRE} = 1.2 \times 3.0 = 3.6$

Impact Load on Tire:  $P = 2598 \times 1.2 = 3117 \text{ lb.}$

From Figure 4-50:  $d_t = 3.0 \text{ in.} = .25 \text{ ft.}$

$$d_{sRE} = \frac{.43 \sqrt{8.00} - .25 (3.6 \times 0.45)}{3.6 \times 0.75} = \frac{1.221 - .405}{2.70} = .302 \text{ Ft.} = \underline{3.62 \text{ in.}}$$

#### Example: Calculation of Ground Loads (Nose Wheel Type)

Ground loads are calculated for the Pazmany PL-2 aircraft according to FAR-23 requirements.

#### Level Landing — Inclined Reactions

Ref: FAR 23.479(a)(2)(i) and Appendix C

Nose wheel and main wheels contact the ground simultaneously.

Limit inertia load factor at C.G.:  $n = 3.5$ ;  
 $L = .67 W$  ;  
 Wing Area: 116 ft.<sup>2</sup>  
 Maximum Design Weight: 1600 lb.

Vertical component at C.G.:

$$V = nW = 3.5 \times 1600 \text{ lb.} = 5600 \text{ lb.}$$

Horizontal component at C.G.:

$$H = KnW = .25 \times 5600 = 1400 \text{ lb.}$$

Vertical component at ground:

$$V_g = (n - L) W = (3.5 - .67) \times 1600 = 4534 \text{ lb.}$$

Horizontal component at ground:

$$H_g = KnW = .25 \times 5600 = 1400 \text{ lb.}$$

With these two components, trace the resultant vector through the C.G. The angle of the resultant force with respect to the vertical is  $\beta$ .

$$\tan \beta = \frac{1400}{4532} = .309 \therefore \beta = 17.1 \text{ deg.}$$

Measure on the sketch the dimensions  $a'$ ,  $b'$  and  $d'$  (perpendicular to the resultant).

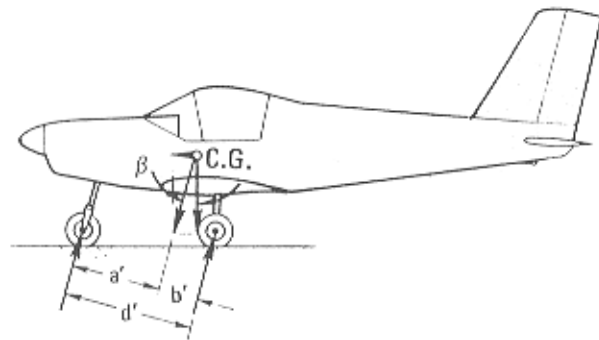


Figure 9-31. Pazmany PL-2 Ground Loads — Level Landing Inclined Reactions

$$a' = 30.8 \text{ in.}$$

$$b' = 14.4 \text{ in.}$$

$$d' = 45.2 \text{ in.}$$

Main Wheel Loads (Both Wheels)

$$V_r = (n - L)W \frac{a'}{d'}$$

$$= (3.5 - .67) \times 1600 \times \frac{30.8}{45.2} = 3085 \text{ lb.}$$

$$D_r = KnW \frac{a'}{d'}$$

$$= .25 \times 3.5 \times 1600 \times \frac{30.8}{45.2} = 954 \text{ lb.}$$

and for each wheel:

$$\frac{V_r}{2} = \frac{3085}{2} = 1543 \text{ lb.}; \quad \frac{D_r}{2} = \frac{954}{2} = 477 \text{ lb.}$$

Nose Wheel Loads

$$V_f = (n - L)W \frac{b'}{d'}$$

$$= (3.5 - .67) \times 1600 \times \frac{14.4}{45.2} = 1442 \text{ lb.}$$

$$D_f = KnW \frac{b'}{d'}$$

$$= .25 \times 3.5 \times 1600 \times \frac{14.4}{45.2} = 446 \text{ lb.}$$

The method for calculating the wheel spin-up load given in Appendix D is used for the PL-2.

Wheel Spin-Up Load (Ref. FAR 23, Appendix D)

From page 34, for 5.00-5 wheel, tire and brake:

Moment of Inertia:

$$I_w = .5092 \text{ in.} \times \text{lb.} \times \text{sec.}^2$$

$$= .001316 \text{ slug} \times \text{ft.}$$

$$(1 \text{ slug} = \frac{1 \text{ lb.} \times \text{sec.}^2}{32.2 \text{ ft.}})$$

Effective rolling radius calculation:

$$\text{From Drop Test: } W_e = W \left[ \frac{h + (1 - L) d}{h + d} \right]$$

where:

$$h = 3.6 \left( \frac{W}{S} \right)^{1/2} = 3.6 \sqrt{\frac{1600}{116}} = 13.37 \text{ in.}$$

$$\text{Total Stroke: } d = 6.00 + 3.1 \text{ in.} = 9.1 \text{ in.}$$

$$W = \frac{1600}{2} = 800 \text{ lb.}; \quad L = .667$$

$$\therefore W_e = 800 \frac{[13.37 + (1 - .67) \cdot 9.1]}{13.37 + 9.1} = 583 \text{ lb.}$$

$$n_j = n + 1.0 = 3.5 + 1.0 = 4.5$$

$$\therefore F_{v_{\max}} = n_j W_e 4.5 \times 583 = 2623 \text{ lb.}$$

From Figure 4-47 — Impact Load Deflection curves @2623 lb. and 40 PSI inflation  $\rightarrow d_t = 2.6 \text{ in.}$

$$\text{Rolling Radius, } r_e = \frac{13.92 \text{ Mean Dia.}}{2} - 2.6 \text{ in.}$$

$$= 4.36 \text{ in.} = .36 \text{ ft.}$$

$$V_h = 1.2 V_{s_0} = 1.2 \times 54 \text{ mph.} = 64.8 \text{ mph.} = 95 \text{ fps.}$$

$$V_c = 0; \text{ coefficient of friction } n = .80$$

$$\text{Sink Speed: } V_s = 4.4 \left( \frac{W}{S} \right)^{1/4} = 4.4 \left( \frac{1600}{116} \right)^{1/4} = 8.48 \text{ f.p.s.}$$

Duration of Stroke:

$$t_z \cong \frac{d}{V_s} = \frac{9.1 \text{ In.}}{8.48 \text{ ft./sec.} \times 12 \text{ in./ft.}} = .09 \text{ sec.}$$

$$F_{h_{\max}} = \frac{1}{r_e} \sqrt{\frac{2lw(V_h - V_c)nF_{v_{\max}}}{t_z}}$$

$$= \frac{1}{.36} \sqrt{\frac{2 \times .001316 \times (95 - 0) \times .80 \times 2623}{.09}}$$

$$= 212 \text{ lb.}$$

This value is much smaller than the horizontal component calculated with FAR 23.479 ( $V_r/2 = 477 \text{ lb.}$ )

Level Landing — Nose Wheel Clear (Ref. FAR 23.479(a)(2)(ii))

The main wheels contact the ground and the nose wheel just clear of the ground.

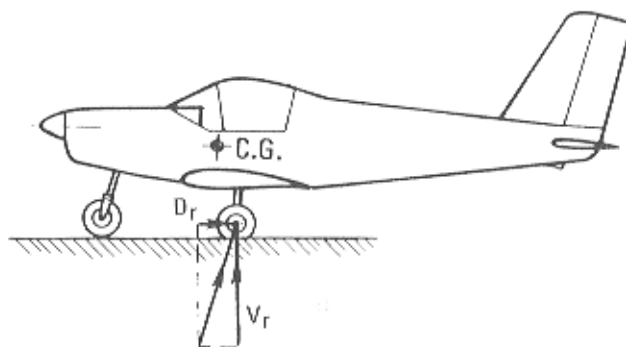


Figure 9-32. Pazmany PL-2 — Ground Loads — Level Landing Nose Wheel Clear of Ground



$$\left. \begin{aligned} V_r &= (n - L)W \\ &= (3.5 - .667) \times 1600 = 4532 \text{ lb.} \\ D_r &= knW \\ &= .25 \times 3.5 \times 1600 = 1400 \text{ lb.} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{For Both} \\ \text{Main Wheels} \end{array}$$

Tail Down Landing (Ref. FAR 23.481(a)(2)(b))

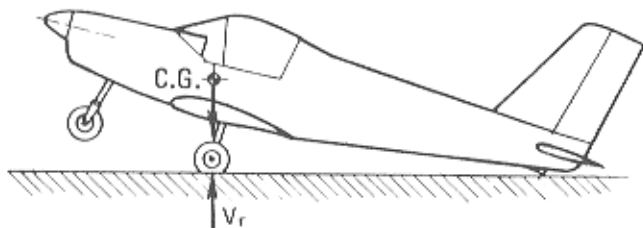


Figure 9-33. Pazmany PL-2 — Ground Loads Tail Down Landing

Ground Reaction Both Main Wheels

$$V_r = (n - L)W = (3.5 - .667) \times 1600 = 4532 \text{ lb.}$$

Side Load Conditions (Ref. FAR 23.485)

- Only main wheels contacting the ground. Shock absorbers and tires deflection: static
- Limit vertical load:  $1.33 W$
- Limit side load:  $.83 W$   
 $.5 W$  acting inboard on one side  
 $.33 W$  acting outboard on the other side

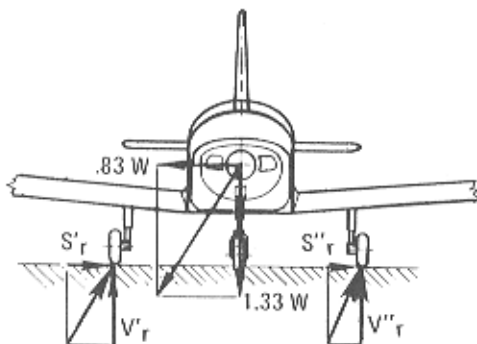


Figure 9-34. Pazmany PL-2 Ground Loads Side Loads

$$V'_r = V''_r = \frac{1.33 \times 1600}{2} = 1064 \text{ lb.}$$

$$S'_r = .5 W = .5 \times 1600 = 800 \text{ lb.}$$

$$S''_r = .33 W = .33 \times 1600 = 528 \text{ lb.}$$

Braked Roll Conditions (Ref. FAR 23.493)

Shock absorbers and tires in their static positions.

- Limit vertical load:  $1.33 W$   
 $a = 40.0 \text{ in.}; b = 6.7 \text{ in.}; d = 46.7 \text{ in.};$   
 $h = 34.0 \text{ in.}$

$$V_f = (1.33W \frac{b}{d}) + (D_r \frac{h}{d})$$

$$V_r = (1.33W \frac{a}{d}) - (D_r \frac{h}{d})$$

$$D_r = .8 V_r$$

$$\therefore V_r = (1.33W \frac{a}{d}) - (.8V_r \frac{h}{d})$$

$$V_r = \frac{1.33 W \times \frac{a}{d}}{1 + .8 \times \frac{h}{d}} = \frac{1.33 \times 1600 \times \frac{40.0}{46.7}}{1 + .8 \times \frac{34.0}{46.7}}$$

$$= 1152 \text{ Lb. (for two wheels)}$$

$$D_r = .8 \times 1152 \text{ lb.} = 921.6 \text{ lb.}$$

$$V_f = (1.33 \times 1600 \times \frac{6.7}{46.7}) + (921.6 \times \frac{34}{46.7}) = 976 \text{ lb.}$$

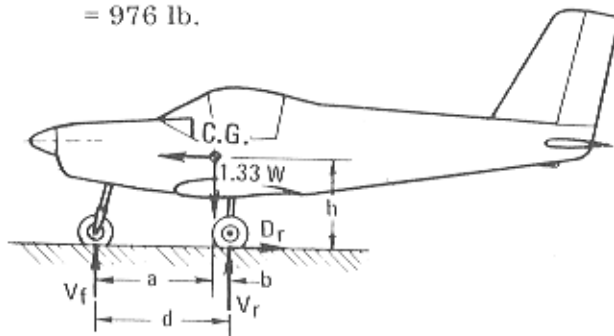


Figure 9-35. Pazmany PL-2 Ground Load — Braked Roll Conditions

Supplementary Conditions for Nose Wheel (Ref. FAR 23.499)

Shock absorber and tire deflected to static position. Static load on wheel (ref. Figure 9-35).

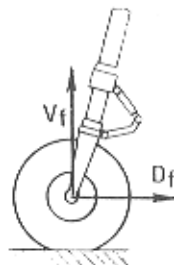
$$V_s = W \frac{b}{d} = 1600 \times \frac{6.7}{46.7} = 229.6 \text{ lb.}$$

Limit force components at axle:

- Aft Loads:

$$V_f = 2.25 V_s = 2.25 \times 229.6 = 516.6 \text{ lb.}$$

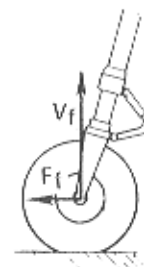
$$D_f = 0.8 V_f = 0.8 \times 516.6 = 413.3 \text{ lb.}$$



- Forward Loads:

$$V_f = 2.25 \times V_s = 2.25 \times 229.6 = 516.6 \text{ lb.}$$

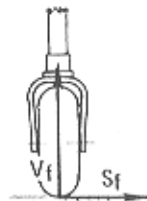
$$F_f = 0.4 \times V_f = 0.4 \times 516.6 = 206.6 \text{ lb.}$$





Limit force components at ground contact:

(c) Side Loads:



$$V_f = 2.25 V_s = 2.25 \times 229.6 = 516.6 \text{ lb.}$$

$$S_f = 0.7 V_f = 0.7 \times 516.6 = 361.6 \text{ lb.}$$

**Towing Loads (Ref. FAR 23.509)**

The PL-2 aircraft can be towed from the nose gear strut. A fitting can be provided at the attachment of the wheel fork to the sliding tube. The nose wheel can be swiveled 25 degrees each side from the centerline. The wheel fork is in line with the sliding tube.

From Table 9-I — Loads 5 and 6.

$$T = 0.3 W = 0.3 \times 1600 = \pm 480 \text{ lb.};$$

$$\text{Inertia Reaction: } R = -T$$

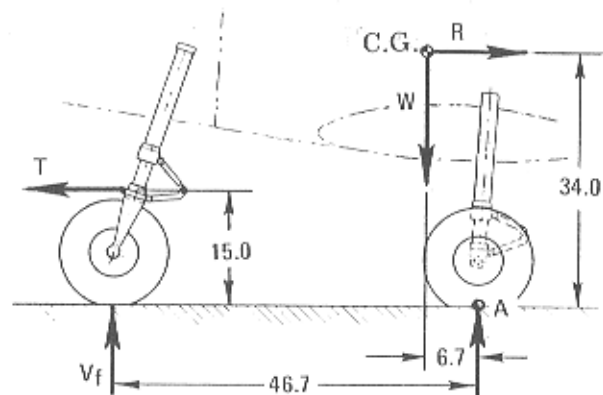


Figure 9-36. Pazmany PL-2 — Towing Loads

Taking moments with respect to Point A: (clockwise moments are positive).

$$-(T \times 15.0) + (R \times 34.0) - (W \times 6.7) + (V_f \times 46.7) = 0$$

$$\therefore V_f = \frac{(480 \times 15.0) - (480 \times 34.0) + (1600 \times 6.7)}{46.7}$$

$$= \frac{7200 - 16320 + 10720}{46.7}$$

$$= 34.3 \text{ lb. (Negligible)}$$

Loads 9 and 10

$$T = .15 W = .15 \times 1600 = 240 \text{ lb.}$$

$$\text{Inertia Reaction: } R = -T$$

$$V_f = \frac{(240 \times 15.0) - (240 \times 34.0) + (1600 \times 6.1)}{42.3}$$

$$= \frac{5200}{42.3} = 122.9 \text{ lb. (Negligible)}$$

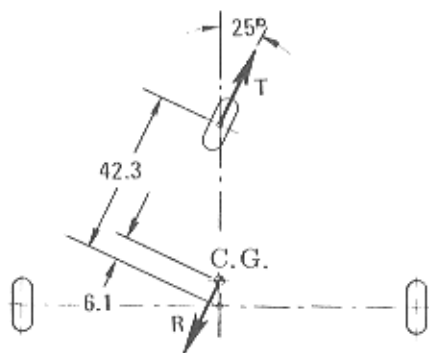


Figure 9-37. Pazmany PL-2 Towing Loads

**Example Calculation of Ground Loads (Tail Wheel Type)**

Ground Loads are calculated for the Ryson (ST-100) motorglider according to FAR-23 requirements.

Level Landing (Ref. FAR 23.479(a)(i) and Appendix C).

Airplane in normal level flight attitude.

Maximum Gross Weight = 1750 lb.

Limit Inertia Load factor at C.G.:  $n = 3.89$ ;

Lift:  $L = .67W$

Gross Weight:  $W = 1750 \text{ lb.}$

Vertical component at C.G.:

$$V = n W = 3.89 \times 1750 \text{ lb.} = 6807 \text{ lb.}$$

Horizontal component at C.G.:

$$H = k n W = .25 \times 6807 = 1702 \text{ lb.}$$

Vertical component at ground:

$$V_r = (n - L) W = (3.89 - .67) \times 1750 = 5635 \text{ lb.}$$

Horizontal component at ground:

$$D_r = K n W = .25 \times 6807 = 1702 \text{ lb.}$$

Tail wheel loads:

$$V_f = D_f = 0$$

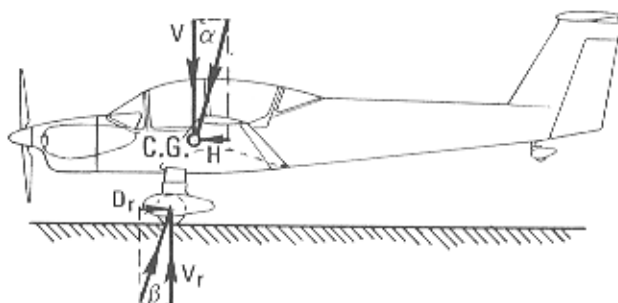


Figure 9-38. Ryson ST-100 Ground Loads — Level Landing

**Tail-Down Landing (Ref. FAR 23.481(a)(1))**

Main and tail wheels contact ground simultaneously. Ground reaction is vertical. Wheels rotating at maximum speed before the maximum vertical load is attained.

Vertical component at C.G.:

$$V = nW = 3.89 \times 1750 \text{ lb.} = 6807 \text{ lb.}$$

Horizontal component at C.G.:

$$H = 0$$

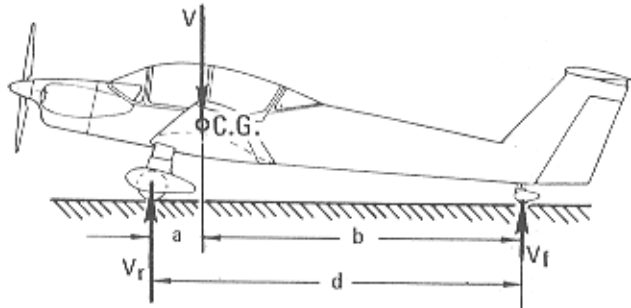


Figure 9-39. Ryson ST-100 Ground Loads — Tail-Down Landing

**Main Wheels Load (Both Wheels)**

The maximum aft C.G. is used to obtain the highest load on the tail wheel.

$$a = 25.3 \text{ in.}$$

$$b = 160.9 \text{ in.}$$

$$d = 186.2 \text{ in.}$$

$$V_r = (n - L)W \frac{b}{d} = 5635 \times \frac{160.9}{186.2} = 4869 \text{ lb.}$$

$$D_r = 0$$

$$V_f = (n - L)W \frac{a}{d} = 5635 \times \frac{25.3}{186.2} = 765.6 \text{ lb.}$$

$$D_f = 0$$

**Obstruction Load (Ref. FAR 23.497(a))**

Limit ground reaction obtained with previous condition:

$$P = 765 \text{ lb.}$$

Shock absorber in static position.

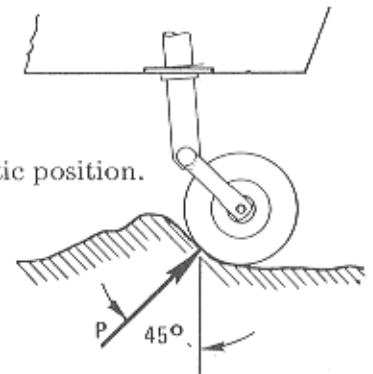


Figure 9-40. Tail Wheel Obstruction Load

**Side Load (Ref. FAR 23.497(b))**

Static load on tail wheel (with maximum aft C.G.).

$$V_{f\text{static}} = W \times \frac{a}{d} = 1750 \times \frac{25.3}{186.2} = 238 \text{ lb. (Limit)}$$

$$D_f = S_f = V_{f\text{static}} = 238 \text{ lb.}$$

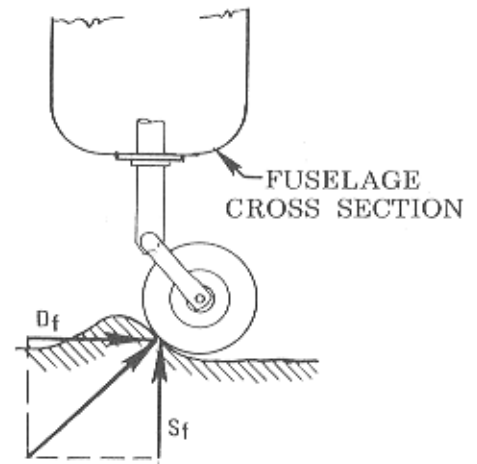


Figure 9-40. Tail Wheel Side Load

# 11 CARGAS NA FUSELAGEM

## 11.1 INTRODUÇÃO

As cargas atuantes na fuselagem de uma aeronave são, em geral, decorrentes de:

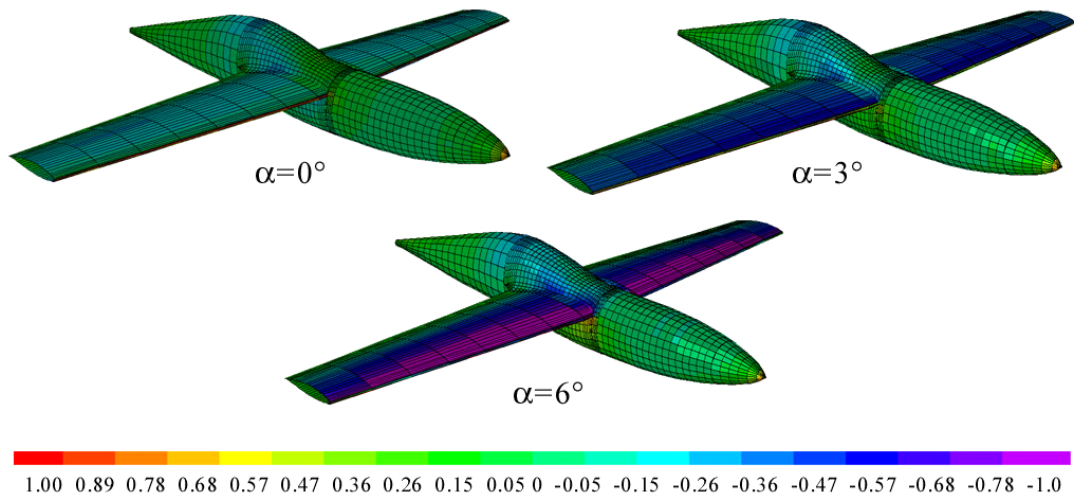
- Cargas atuantes em outros componentes da aeronave, como por exemplo: i) empenagens; ii) asas; iii) trem de pouso;
- Distribuição de carga (passageiros, bagagem, combustível, etc) dentro da aeronave e suas respectivas cargas de inércia;
- Pressão de pressurização, dentre outras.

A análise das diversas combinações entre estas fontes de cargas e suas conseqüências à estrutura da fuselagem deve ser a função do engenheiro de cargas.

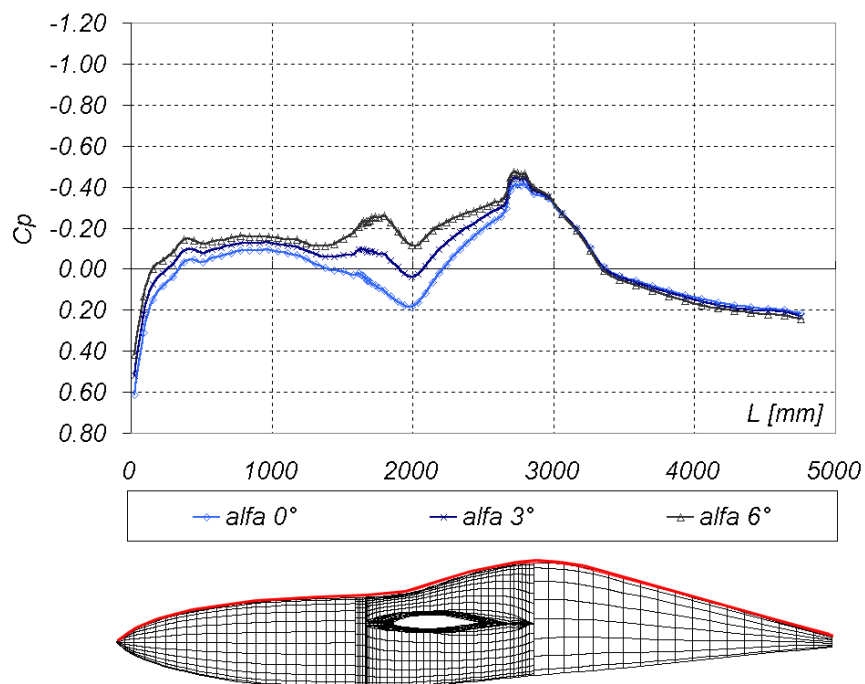
## 11.2 CARGA AERODINÂMICA

A carga aerodinâmica (pressão e cisalhamento) atuante sobre a superfície da fuselagem deve ser obtida através da integração dos resultados de pressão obtidos através de ensaios em túneis de vento ou de simulações computacionais. Em geral, para aeronave de transporte comercial, devem ser analisados diversos casos com a combinação entre Número de Mach, ângulo de ataque e ângulo de derrapagem.

Estas cargas podem ser consideradas como cargas de pressão externa que, combinadas com as cargas de pressão interna devido à pressurização, compõem as cargas de pressão atuantes em uma fuselagem.



**Figura 1 – Análise computacional da pressão sobre a fuselagem da aeronave CEA-308**



**Figura 2 – Distribuição de pressão ao longo do comprimento da fuselagem da aeronave CEA-308**

## 11.3 CRITÉRIOS DE CARGAS

### 11.3.1 CARGAS DAS EMPENAGENS

As diversas cargas devidas as empenagens devem ser combinadas e os seus esforços, produzidos na fuselagem, devem ser analisados de forma a ser definir as condições críticas. O critério para proceder esta combinação é sempre definido pelos regulamentos, de forma a representa da melhor maneira possível às condições de vôo possíveis para a aeronave.

Em geral, as cargas de empenagens são combinadas através de uma distribuição assimétrica de carga na empenagem horizontal (que pode ser calculada proporcional ao fator de carga limite da aeronave) somada a uma carga na empenagem horizontal.

Por exemplo, no *JAR-VLA* em um dos lados da empenagem horizontal deve-se aplicar 100% da carga limite daquele lado e do outro lado deve-se aplicar  $100-10(n-1)\%$  da carga limite deste lado, sendo  $n$  o fator de carga limite da aeronave. Ao mesmo tempo, deve-se aplicar a carga limite na empenagem vertical<sup>1</sup>. Para aeronaves leves, objeto deste regulamento, esta condição de carga nas empenagens é em geral a mais crítica quanto à torção da mesma.

### 11.3.2 CARGAS DE TREM DE POUSO

As condições de pouso descritas no capítulo referente devem ser consideradas também para a análise das cargas na fuselagem durante esta fase de operação da aeronave. As condições de taxiamento e manuseio no solo também devem ser levadas em consideração. Atenção especial deve ser dada às condições de pouso forçado, definidas no parágrafo 561 dos regulamentos. No caso desta situação fatores de carga em diversas direções são definidos e são influência na fuselagem deve ser calculada levando em consideração a aplicação destes fatores à toda aeronave.

---

<sup>1</sup> Esta condição de carga é coerente para manobras de *tunneau rápido* (*snap-roll*), onde o piloto deve defletir bruscamente o profundor e, em seguida, defletir até o batente o leme de direção. Esta manobra provoca o estol de uma das asas, provocando, na aeronave, um giro muito rápido ao longo do seu eixo longitudinal.

### 11.3.3 DISTRIBUIÇÃO DE CARREGAMENTO (*PAYLOAD*)

Em aeronaves de transporte, evidentemente, uma das condições mais críticas para a fuselagem é a distribuição de carga (*Payload*) no seu interior, sofrendo os fatores de carga previstos para a operação da aeronave.

As condições de carregamento interno da aeronave alteram também a posição do centro de gravidade da aeronave, que por sua vez, tem influência nas cargas de vôo da aeronave (empenagens e asa). Assim, para cada condição de carregamento interno da aeronave devem ter associadas cargas de vôo específicas.

Deve-se lembrar que a associação das cargas de inércia e as cargas aerodinâmicas nas aeronaves devem atender as análises dinâmicas de movimento da aeronave durante a manobra. Em geral, ocorre uma defasagem entre as cargas aerodinâmicas e as carga de inércia na aeronave, o que é muito complacente para o cálculo de cargas na aeronave.

Um exemplo clássico é a manobra de arfagem. No início da sua execução, a carga aerodinâmica é máxima, entretanto, os fatores de carga ainda são baixos. A medida que estes fatores de carga vão aumentando as cargas aerodinâmica vão diminuindo, não ocorrendo então uma sobreposição das carga aerodinâmicas e de inércia.

### 11.3.4 PRESSURIZAÇÃO

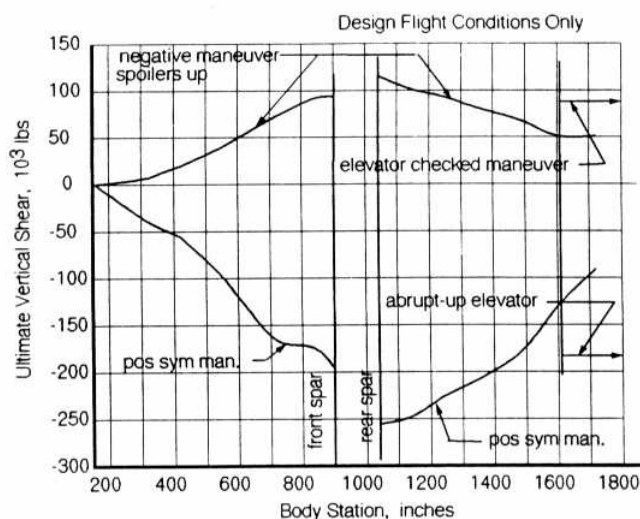
As cargas de pressurização são tratadas como cargas de pressão interna à fuselagem. Os regulamentos, em geral, indicam três condições a serem analisadas:

- ◆ Apenas pressão de pressurização sem cargas de vôo ou de pouso;
- ◆ Pressurização com cargas de vôo (sobretudo a distribuição de pressão externa) e
- ◆ Pressurização com cargas de pouso.

Evidentemente, as pressões de pressurização limites são maiores nos dois primeiros casos em relação ao terceiro e o fator de segurança que relaciona a pressão limite com a pressão final é maior no primeiro caso do que nos demais.

## 11.4 DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS AO LONGO DA FUSELAGEM

O cálculo da distribuição de esforços (momentos de flexão, de torção e esforços cortantes) ao longo do comprimento da fuselagem é feito em duas porções da fuselagem: anterior e posterior. Assim, as cargas que atuam do nariz da aeronave até a fixação dianteira da asa provocam esforços na parte anterior da fuselagem e, as cargas que atuam da fixação traseira da asa até a cauda da aeronave provocam esforços na parte posterior da fuselagem. A região compreendida entre a fixação dianteira e a fixação traseira da asa, em geral, não sofre uma análise de cargas e seus dimensionamentos são baseados em uma interpolação entre as condições críticas das fixações da asa ou por alguma condição especial desta região (por exemplo: fixação de trem de pouso, saída de emergência, etc).



**Figura 3 – Exemplo de distribuição de esforços ao longo de uma fuselagem**

## REPORT 1206

# A REVISED GUST-LOAD FORMULA AND A RE-EVALUATION OF V-G DATA TAKEN ON CIVIL TRANSPORT AIRPLANES FROM 1933 TO 1950<sup>1</sup>

By KERMIT G. PRATT and WALTER G. WALKER

### SUMMARY

A revised gust-load formula with a new gust factor is derived to replace the gust-load formula and alleviation factor widely used in gust studies. The revised formula utilizes the same principles and retains the same simple form of the original formula but provides a more appropriate and acceptable basis for gust-load calculations. The gust factor is calculated on the basis of a one-minus-cosine gust shape and is presented as a function of a mass-ratio parameter in contrast to the ramp gust shape and wing loading, respectively, used for the alleviation factor.

A summary of gust-velocity data from V-G records taken on civil transport airplanes from 1933 to 1950, re-evaluated by the revised formula is also presented. The results indicate that the conclusions drawn from previously presented data based on the original formula (in particular, concerning the levels of evaluated gust velocities between different routes) remain essentially unchanged. The National Advisory Committee for Aeronautics will make use of the revised gust-load formula in the evaluation of relevant gust data.

### INTRODUCTION

A gust-load formula, embodying a number of simplifying assumptions, has long been used in this country for the calculation of design gust loads on ordinary airplanes by military and civilian regulating agencies (see, for example, ref. 1). This formula was developed and has been utilized by the NACA in the evaluation and interpretation of gust and gust-loads data obtained from measurements of accelerations and airspeeds experienced during routine and some special flights through turbulent air (see, for example, refs. 2 to 7). The formula may be written as

$$a_{n_{max}} = \frac{m \rho_0 S V_e U_e}{2W} K$$

where the quantities and customarily used units are as follows:

|               |  |
|---------------|--|
| $a_{n_{max}}$ | airplane maximum nondimensional normal acceleration, in $g$ units ( $a_{n_{max}} = \Delta n_{max}$ in refs.) |
| $m$           | wing lift-curve slope, per radian  |
| $\rho_0$      | air density at sea level, slugs/cu ft  |
| $S$           | wing area, sq ft   |
| $V_e$         | equivalent airspeed, fps   |

|       |                                    |
|-------|------------------------------------|
| $U_e$ | "effective" gust velocity, fps     |
| $W$   | airplane weight, lb                |
| $K$   | dimensionless "alleviation factor" |

The formula serves to relate the peak accelerations due to gusts to be expected on a given airplane to the peak accelerations measured on another airplane for flight through the same rough air. The underlying concept is that a measured acceleration due to a gust may be used to derive an "effective" gust velocity which in turn is used to calculate the acceleration on another airplane by reversing the process. The effective gust velocity  $U_e$  is not, therefore, a direct physical quantity but is rather a gust-load transfer factor definable in terms of the formula.

The nondimensional parameter  $K$  depends on such factors as gust shape and resulting airplane motions. In order to allow for some of these factors and for simplicity in practical application,  $K$  has been calculated on the basis that the gust shape is of a ramp type (gust velocity increasing linearly with distance up to a limit of 10 chords) and by taking into account effects of gust penetration and of the resulting vertical motion of the airplane. A small adjustment was then made to the parameter  $K$  on the basis of model tests and analyses to allow for overall effects of pitching motion on the normal acceleration. The correction made implied that on all aircraft the acceleration is affected to about the same degree by the pitching motion, this assumption being reasonable only for conventional aircraft having satisfactory flying qualities. On this basis,  $K$  is dependent only on a nondimensional mass-ratio parameter which is defined by the mass of the airplane divided by that of a cylinder of air about the wing. For design purposes, however,  $K$  was expressed in terms of wing loading and was normalized by dividing by its value for  $W/S=16$  lb/sq ft. This procedure had two effects which now can be considered undesirable. The use of wing loading rather than mass ratio ignored certain effects of altitude and airplane size, and the normalization produced effective gust velocities that are not referred directly to the maximum velocity of the ramp profile but rather to a constant times this value.

Over the years, the alleviation factor  $K$  has been modified by the various regulating agencies in their design requirements. As a result, there now exist several different alleviation factors and correspondingly different design gust velocities. This situation has resulted in some confusion

<sup>1</sup> Supersedes NACA TN's 2964 by Kermit G. Pratt, 1953, and 3041 by Walter G. Walker, 1953.



when the design gust velocities used by the various agencies are compared with each other or with NACA gust data.

In order to provide for uniformity of gust-load calculations, the interested regulating agencies and the NACA, at a meeting of the ANC-1 Panel on Flight Loading Conditions, agreed to the desirability of adopting a new standard alleviation factor. This new alleviation factor, to be referred to as "gust factor," was to be based on the more fundamental parameter, mass ratio, instead of wing loading and also on a new gust profile represented by a one-minus-cosine curve.

The NACA agreed to calculate the new gust factor and to use it in a revised gust-load formula for the reduction of relevant gust data. A point of interest is that the new gust factor as calculated is not normalized to any given value, and hence the gust velocity can be conveniently referred directly to the maximum of the gust profile. Since the revised formula will be used in evaluating future NACA gust-research data, it appeared desirable to re-evaluate previously obtained acceleration and airspeed data from V-G records by the use of the revised formula. (The NACA V-G recorder is briefly described in ref. 2.) This report presents the revised gust-load formula and the new gust factor together with a summary of re-evaluated gust-velocity data from V-G records of civil transport airplanes for the period from 1933 to 1950. Most of the V-G data were originally presented in references 3 to 7.

#### SYMBOLS

|           |   |
|-----------|---|
| $A$       | aspect ratio, $b^2/S$   |
| $a_n$     | nondimensional vertical or normal acceleration, $\frac{d^2z}{dt^2}/g$ , $g$ units               |
| $a_{n_s}$ | reference nondimensional vertical or normal acceleration, $\frac{m \rho S V U}{2W}$ , $g$ units |

NOTE.—As a result of a change in symbol standardization  $a_n$  and  $a_{n_s}$  replace herein  $\Delta n$  and  $\Delta n_s$ , respectively, which are used in the references.

|                   |   |
|-------------------|---|
| $b$               | wing span, ft   |
| $C_{L_g}(s)$      | transient lift response to penetration of sharp-edge gust                                     |
| $C_{L_\alpha}(s)$ | transient lift response to unit-jump change in angle of attack                                |
| $c$               | reference wing chord (mean geometric chord, $\frac{\text{Wing area}}{\text{Wing span}}$ , ft) |

NOTE.—In the present analysis, the choice of a reference chord is not critical. If preferred, the mean aerodynamic chord as defined by  $\bar{c} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c_y^2 dy$ , where  $c_y$  is the local chord and  $y$  is the distance along the span (ft), may be used. Whatever chord is selected as the reference chord should, of course, be used consistently for the purpose of data comparison.

|     |   |
|-----|---|
| $e$ | base of the natural system of logarithms  |
| $g$ | acceleration due to gravity, ft/sec <sup>2</sup>  |
| $H$ | gust-gradient distance (horizontal distance from zero to maximum gust velocity), chords |

|           |  |
|-----------|--|
| $K$       | alleviation factor defined in reference 2  |
| $K_g$     | gust factor (revised alleviation factor)   |
| $l$       | average flight miles to equal or exceed a given value of gust velocity                                 |
| $m$       | wing lift-curve slope, per radian  |
| $M$       | airplane mass, slugs   |
| $N$       | total number of observations in a sample of data   |
| $P$       | probability that the maximum value in a sample of data will equal or exceed a given value              |
| $S$       | wing area, sq ft   |
| $s$       | distance of penetration into gust, chords  |
| $s_1$     | dummy variable in superposition integral, chords   |
| $t$       | time, sec  |
| $t_1$     | dummy variable in superposition integral, sec  |
| $U$       | gust velocity (maximum value), fps   |
| $U_{de}$  | "derived" gust velocity, fps   |
| $U_e$     | effective gust velocity defined in reference 2, fps  |
| $u$       | gust velocity at any penetration distance, fps   |
| $V$       | airspeed, fps  |
| $V_C$     | design cruising speed, mph (ref. 1, p. 3)  |
| $V_e$     | equivalent airspeed, $V\sigma^{1/2}$ , fps (see ref. 8)  |
| $W$       | airplane weight, lb  |
| $z$       | airplane vertical displacement (positive upward), ft   |
| $\gamma$  | location parameter of distribution of extreme values (symbol $u$ in ref. 9, p. 2)                      |
| $\lambda$ | scale parameter of distribution of extreme values (symbol $\alpha$ in ref. 9, p. 2)                    |
| $\mu_g$   | airplane mass ratio (sometimes referred to as "mass parameter" in the past), $\frac{2W}{m \rho c g S}$ |
| $\rho$    | air density, slugs/cu ft   |
| $\rho_0$  | air density at sea level, slugs/cu ft  |
| $\sigma$  | air-density ratio, $\rho/\rho_0$   |
| $\tau$    | average flight time per V-G record, hr   |

Subscript:

$max$  maximum value

A bar over a symbol denotes the mean value of the variable.

#### REVISED GUST-LOAD FORMULA

##### DERIVATION OF REVISED FORMULA

The revised gust-load formula to be derived herein, like the original formula, was obtained from solutions of an equation of airplane vertical motion in an isolated gust. The use of the formula to transfer accelerations from one airplane to another for continuous rough air implies, therefore, the assumption that the relative loads for single isolated gusts are a measure of the relative loads in a sequence of gusts. In regard to this assumption, it is recognized that some of the more recent methods for analysis of airplane loads in continuous rough air with proper allowance for various degrees of freedom of airplane motion may in due course be adopted; however, for the present, it remains desirable to retain the simplicity of the original method. As in the case of the original formula, the present method will not be suitable for all airplane configurations. Unusual airplanes will require special analysis. After the presentation of the revised gust-load formula, a brief comparison of features of the original and revised formulas is given.

Basic assumptions and equation of motion.—The equation of motion is based on the following assumptions commonly used in gust-load problems:

- (1) The airplane is a rigid body.
- (2) The airplane forward speed is constant.
- (3) The airplane is in steady level flight prior to entry into the gust.
- (4) The airplane can rise but cannot pitch.
- (5) The lift increments of the fuselage and horizontal tail are negligible in comparison with the wing lift increment.
- (6) The gust velocity is uniform across the wing span and is parallel to the vertical axis of the airplane at any instant.

If the forces associated with steady level flight are disregarded, a summation of vertical or normal forces on the airplane in a gust yields the following equation of motion:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\rho}{2} V^2 S m \int_0^t \frac{1}{2\pi} C_{L_\alpha}(t-t_1) \frac{d^2 z}{dt_1^2} \frac{1}{V} dt_1$$

$$= \frac{\rho}{2} V^2 S m \frac{U}{V} \int_0^t \frac{1}{2\pi} C_{L_z}(t-t_1) \frac{d \left[ \frac{u(t_1)}{U} \right]}{dt_1} dt_1 +$$

$$\frac{\rho}{2} V^2 S m \frac{U}{V} \frac{u(0)}{U} \frac{1}{2\pi} C_{L_z}(t) \quad (1)$$

In equation (1), the first term on the left-hand side is the inertia reaction and the second term is the damping force due to airplane vertical velocity. On the right-hand side, both terms are forces due to the gust; the first term is the force due to a gust having zero velocity at the beginning of penetration by the airplane and the second term is the force due to a gust having an initial velocity other than zero at the beginning of penetration.

By using the relationships  $\frac{d^2 z}{dt^2} = a_n g$  and  $t = \frac{sc}{V}$ , equation (1)

can be written in nondimensional form as

$$\frac{a_n(s)}{a_{n_s}} + \frac{1}{\mu_z} \int_0^s \frac{1}{2\pi} C_{L_\alpha}(s-s_1) \frac{a_n(s_1)}{a_{n_s}} ds_1$$

$$= \int_0^s \frac{1}{2\pi} C_{L_z}(s-s_1) \frac{d \left[ \frac{u(s_1)}{U} \right]}{ds_1} ds_1 + \frac{u(0)}{U} \frac{1}{2\pi} C_{L_z}(s) \quad (2)$$

where

$$a_{n_s} = \frac{m \rho S V U}{2W} \quad (3)$$

$$\mu_z = \frac{2W}{m \rho c g S} \quad (4)$$

and the functions  $C_{L_\alpha}$  and  $C_{L_z}$  are the transient lift responses of a wing to a penetration of a sharp-edge gust and to a unit-jump change in angle of attack, respectively. In equation (2),  $a_n$  is the vertical acceleration that results from the gust

and  $a_{n_s}$  is a convenient reference acceleration which may be interpreted as the acceleration that would result solely from a lift force equal to the steady-state lift associated with the maximum velocity of the gust. The second term is associated with the damping due to the airplane vertical velocity and the remaining terms are associated directly with the gust. It can be remarked that the mass ratio  $\mu_z$  is a basic parameter in equation (2).

Solution of the equation of motion.—Equation (2) was solved for histories of the acceleration ratio  $a_n(s)/a_{n_s}$  on the basis of the following transient lift functions and gust shape.

The transient lift functions used are

$$\frac{1}{2\pi} C_{L_\alpha}(s) = 1.000 - 0.165e^{-0.090s} - 0.335e^{-0.600s} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2\pi} C_{L_z}(s) = 1.000 - 0.236e^{-0.116s} - 0.513e^{-0.728s} - 0.171e^{-4.84s} \quad (6)$$

These are the transient lift functions for infinite aspect ratio given in reference 10, normalized to asymptotic values of unity. These expressions, rather than finite-aspect-ratio functions (such as those given in ref. 10), were used for simplicity in order to provide solutions of the equation of motion independent of aspect ratio except, of course, as aspect ratio affects the slope of the lift curve. Thus, in effect, only the shapes of the infinite-aspect-ratio functions are used, the appropriate finite-aspect-ratio lift-curve slope being used in evaluating the mass ratio  $\mu_z$ . The results obtained through the use of equations (5) and (6), however, are probably less than 5 percent different from the results that would be obtained through the use of the finite-aspect-ratio functions, as indicated by some limited information in reference 11. This reference also indicates that the differences might be slightly larger when the transient lift functions for a Mach number of 0.7 are used.

The gust shape used was that designated by the ANC-1 Panel, that is,

$$\left. \begin{aligned} \frac{u(s)}{U} &= \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi s}{H} \right) = \sin^2 \frac{\pi s}{2H} & (0 < s < 2H) \\ \frac{u(s)}{U} &= 0 & (0 > s > 2H) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

where  $H$  was designated equal to 12.5 chords. (Inasmuch as the initial portion of the revised gust profile is relatively ineffective, the gradient distance of 12.5 chords corresponds roughly to the 10-chord gradient distance for the original ramp profile.)

With these lift functions and gust shape, equation (2) is noted to depend on only one parameter, the mass ratio  $\mu_z$ . Solutions of the equation were obtained for a range of  $\mu_z$ , by the numerical recurrence method presented in reference 12 for the case of a rigid airplane. Although solutions of the equation also can be obtained in closed form when equations.

(5) and (6) are used, the numerical method was chosen because it is much more rapid, is easy to apply, and gives good accuracy (error in  $a_n/a_{n_s}$  less than  $\pm 0.005$ ). Sample histories of the calculated acceleration ratio for three different values of  $\mu_z$  are presented in figure 1.

**Revised gust factor and gust-load formula.**—Since the maximum value of  $a_n/a_{n_s}$  with respect to gust penetration distance (see fig. 1) defines the maximum acceleration experienced by the airplane, it is of primary concern in design. This maximum value is herein designated as the "gust factor" and is labeled  $K_g$ ; that is,

$$\left(\frac{a_n}{a_{n_s}}\right)_{max} = K_g \tag{8}$$

The variation of this gust factor with mass ratio is shown in

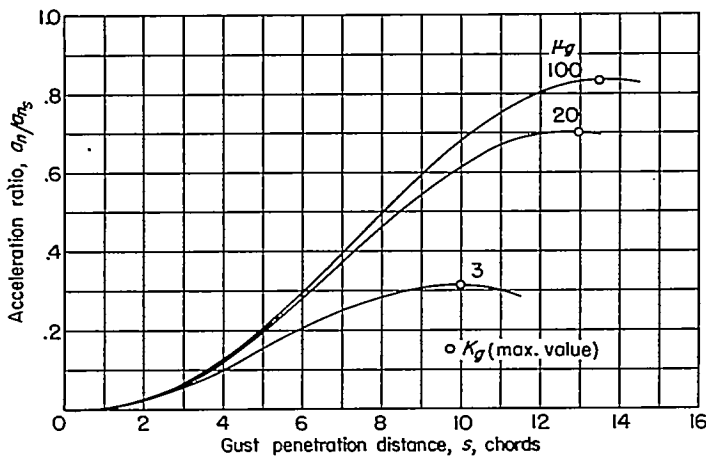


FIGURE 1.—Representative histories of acceleration ratio.

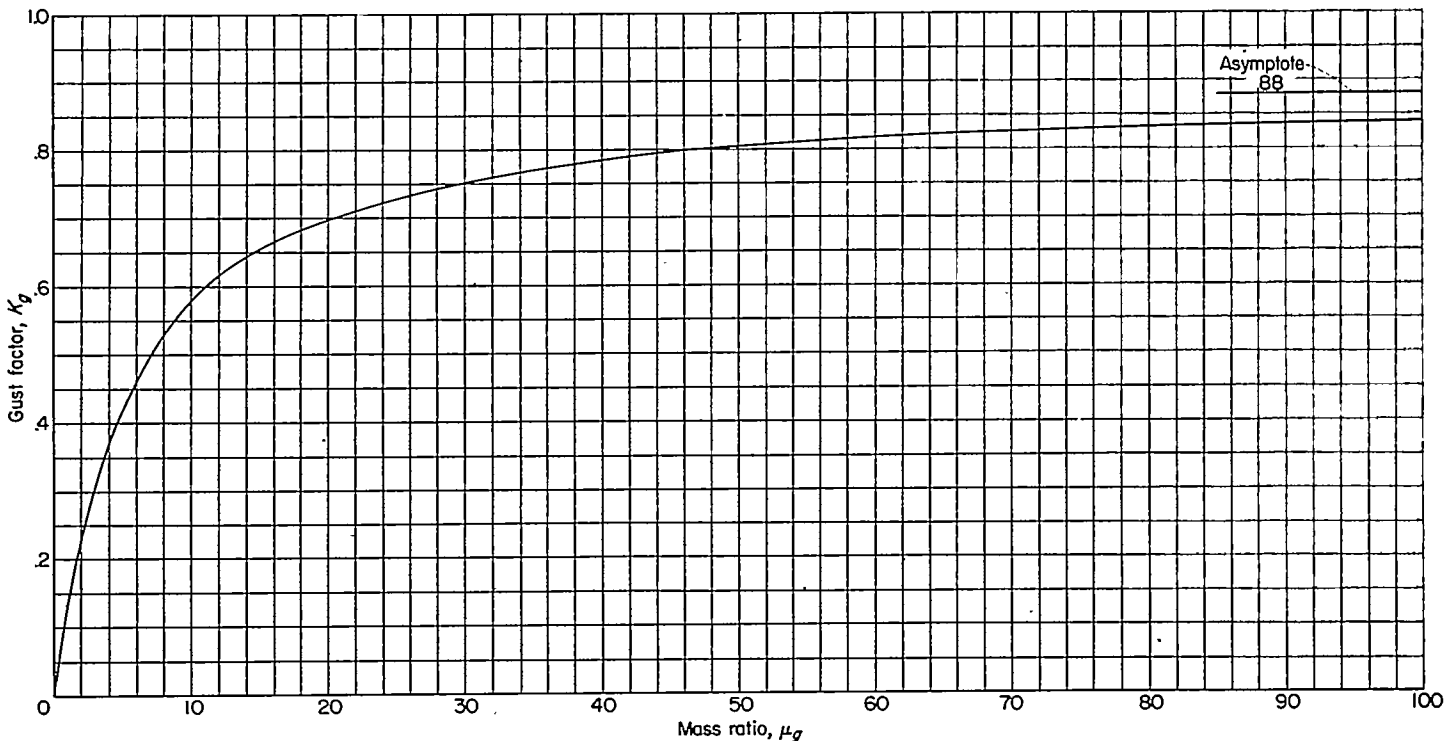


FIGURE 2.—Gust factor  $K_g$  as a function of mass ratio  $\mu_z$  for standard gust shape  $\frac{u}{U} = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi s}{12.5} \right)$ .

Revised gust-load formula,  $a_{n,max} = \frac{m \rho_0 S V_e U_{de}}{2W} K_g$  where  $\mu_z = \frac{2W}{m \rho c g S}$ .

figure 2. No closed-form analytical expression for the curve of  $K_g$  can be written, since it was obtained by a numerical procedure. A convenient expression which closely approximates the curve was found, however, and is presented below:

$$K_g = \frac{0.88 \mu_z}{5.3 + \mu_z} \tag{9}$$

This simple expression gives  $K_g$  with an error less than  $\pm 0.01$ .

The revised gust-load formula follows directly from equation (8); that is,

$$\begin{aligned} a_{n,max} &= a_{n_s} K_g \\ &= \frac{m \rho S V U}{2W} K_g \end{aligned} \tag{10}$$

In terms of equivalent speeds this equation becomes

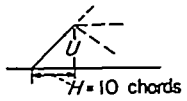
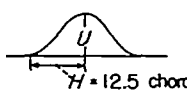
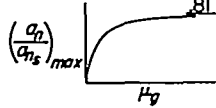
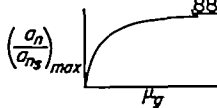
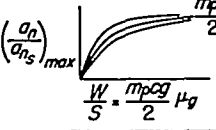
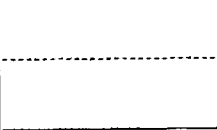
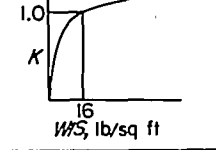
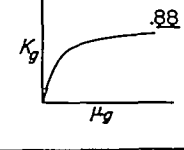
$$a_{n,max} = \frac{m \rho_0 S V_e U_{de}}{2W} K_g \tag{11}$$

where the subscript  $e$  is used to denote that both the airspeed and gust velocity are equivalent speeds. The subscript  $d$  has been added also to the gust velocity to denote that, when the formula is used to evaluate gust velocities from measured accelerations, the gust velocities obtained, like  $U_e$  in the original formula, are "derived" rather than measured values. For application in design, however,  $U_{de}$  may of course be a stipulated value.

The revised gust-load formula (eq. (11)) may be noted to be of the same form as the original formula, the gust factor  $K_g$  being in effect a revision of the alleviation factor  $K$ . A further comparison of the original and new formulas is given in the subsequent section.

## COMPARISON OF ORIGINAL AND REVISED GUST-LOAD FORMULAS

The salient features of the revised gust-load formula as compared with those of the original formula are illustrated in the following table:

| Item  | Original  | Revised   |
|---|---|---|
| (a) Gust-load formula.  | $a_{n,max} = \frac{m \rho_0 S V_e U_e K}{2W}$                                     | $a_{n,max} = \frac{m \rho_0 S V_e U_{de} K_e}{2W}$                                |
| (b) Gust shape  |  |  |
| (c) Maximum acceleration ratio in gust  |  |  |
| (d) Maximum acceleration ratio plotted against wing loading (corrected for pitch effects) |  |  |
| (e) Alleviation and gust factors  |  |  |
| (f) Gust velocity   | $U_e \propto U_0^{1/2}$   | $U_{de} = U_0^{1/2}$  |

The description of the original curve, in the table and in the text to follow, is schematic in nature and is not intended to be sufficiently detailed to permit reproduction of the curve.

As item (a) shows, the forms of the original and the revised formulas are the same. The respective gust shapes are shown as item (b). The original gust shape was of a ramp type but was effectively undefined beyond a gradient distance of 10 chords as a consequence of an approximation made in solving the equation of motion. This approximation made use of the value of the acceleration at a penetration distance of 10 chords as the maximum acceleration if the actual maximum did not occur within this distance. The revised gust profile, in comparison, is symmetrical in shape, finite in length, and has a gust gradient distance of 12.5 chords.

For item (c), curves of maximum acceleration ratio  $\left(\frac{a_n}{a_{n_s}}\right)_{max}$  (ratio of the maximum acceleration in the gust to the reference acceleration  $a_{n_s}$ ) associated with the respective gust shapes are given as a function of mass ratio. As previously mentioned, the original curve of alleviation factor described in reference 2 was not used in terms of mass ratio but rather in terms of the convenient design parameter, wing loading. This use implies a separation of the left-hand curve of item (c) into a family of curves involving the parameter  $m \rho c g / 2$  as indicated for item (d). The alleviation factor was obtained from this family as a single curve which was not, however, a particular curve of the family but was obtained from the entire family on the basis of various engineering considerations. These considerations included

- (1) An assumed variation of wing chord with wing loading
- (2) An allowance, based on experiment and analysis, for

the effects of pitching motion, consisting of a constant percentage correction to the maximum acceleration ratio (that is, multiplication of  $(a_n/a_{n_s})_{max}$  in item (d) by a constant factor)

(3) Normalization of the curve to unity at  $W/S=16$  lb/sq ft. The alleviation-factor curve thus obtained is shown as item (e).

Although the use of the single alleviation-factor curve  $K$  based on wing loading does not fully account for variations in the parameter  $m \rho c g / 2$ , at the time of derivation it was considered representative of airplane design and operating practice. At the present time, however, the variations of  $m \rho c g / 2$  have increased to the point where a single curve based on wing loading cannot be considered representative. In the light of modern airplane practice, it is now desirable to revert to a single curve for the gust factor which is based on the less restrictive and more fundamental parameter, mass ratio. The gust-factor curve  $K_g$  is shown on the right-hand side of item (e); it is the same as that in item (c).

The original formula, as indicated in reference 2, has been subject to scrutiny in the form of continuing experiments in regard to usefulness for conventional airplanes and in regard to the effects of various other factors not explicitly taken into account in its derivation. This background of experience can be carried over in the use of the revised formula as well. In the same vein, the allowance for effects of pitching motion made in the derivation of the alleviation factor but not explicitly taken into account in the derivation of the gust factor nevertheless can be included in the use of the gust factor. The pitch correction was not directly applied to the gust factor because it would cancel out of calculations relating the acceleration of one airplane to that of another airplane.

As mentioned earlier, in the use of the formulas to evaluate measured accelerations, the derived gust velocity  $U_{de}$  and the effective gust velocity  $U_e$  are both derived rather than measured quantities. They differ, however, as indicated by item (f), in that  $U_{de}$  corresponds to the maximum equivalent velocity of the gust shape, whereas  $U_e$  corresponds to only a fraction of the maximum equivalent velocity of the original gust shape. This fraction stems from the value used to normalize the alleviation-factor curve at  $W/S=16$  lb/sq ft. There is no single constant proportional relationship between  $U_{de}$  and  $U_e$  for all airplanes because of their respective mass-ratio and wing-loading bases.

Subsequent sections of this report will be devoted to an application of the revised formula to some previously obtained and reported NACA gust data.

## SUMMARY OF RE-EVALUATED GUST-VELOCITY DATA FROM V-G RECORDS

A principal application of the original gust-load formula by the NACA has been to obtain effective gust velocities from normal acceleration and airspeed data of V-G records. Since, however, the revised formula will be used in evaluating future relevant NACA gust-research data, some previously reported V-G data evaluated by use of the original formula have been re-evaluated by use of the revised formula in order to place them on a comparable basis with future data. The re-evaluated data are summarized herein.

Scope of data.—Table I shows the scope of the V-G data collected from 1933 to 1950 as presented in references 3 to 7. In accordance with the procedures of these references, the data are grouped into three time intervals—1933 to 1941, 1941 to 1945, and 1945 to 1950—to denote the operations prior to, during, and after a wartime period. The type of airplane and the route are identified by combinations of a capital letter and a Roman numeral, such as A-I, B-II, and C-III. The airplanes and routes which correspond to those given in reference 3 are identified herein by the same combinations to facilitate comparisons of present and older results.

Table II gives the airplane characteristics used for evaluating the data. The values given either were obtained from the Civil Aeronautics Administration, the design manual of the airplane manufacturer, or were computed as indicated in the table.

TABLE I.—SCOPE OF V-G DATA ANALYZED IN AIRLINE OPERATIONS FROM 1933 TO 1950

| Airplane                 | Routes flown  | Dates of operation      | Number of records analyzed | Average flight hours per record, $\tau$ | Total record hours |
|--------------------------|---|-------------------------|----------------------------|---|--------------------|
| Period from 1933 to 1941 |   |                         |                            |   |                    |
| A                        | I Newark-Seattle-Oakland                                | July 1933 to Apr. 1937  | 30                         | 305                                     | 9,168              |
| B                        | II Miami-Newark-Boston                                  | June 1935 to Dec. 1940  | 18                         | 367.5                                   | 6,615              |
| C                        | III Miami-Buenos Aires                                  | Apr. 1936 to Dec. 1939  | 117                        | 95.1                                    | 11,124             |
| D                        | IV San Francisco-Hawaii-Hong Kong                       | June 1938 to Dec. 1941  | 100                        | 128.1                                   | 12,807             |
| E                        | I Newark-Seattle-Oakland                                | July 1937 to Dec. 1941  | 15                         | 645                                     | 9,691              |
| E                        | V Boston-Newark-Los Angeles                             | Feb. 1937 to Oct. 1939  | 37                         | 275                                     | 10,187             |
| E                        | VI Newark-Kansas City-Los Angeles                       | Sept. 1938 to Oct. 1940 | 11                         | 295                                     | 3,232              |
| F                        | III Caribbean region and northern part of South America | Apr. 1940 to Dec. 1941  | 83                         | 29                                      | 2,386              |
| Period from 1941 to 1945 |   |                         |                            |   |                    |
| D                        | IV San Francisco-Hawaii                                 | Dec. 1941 to Jan. 1945  | 30                         | 36.1                                    | 1,064              |
| E                        | I Newark-Seattle-Oakland                                | Dec. 1941 to Dec. 1944  | 20                         | 695                                     | 13,911             |
| F                        | III Caribbean region and northern part of South America | Dec. 1941 to Sept. 1944 | 193                        | 53                                      | 10,281             |
| Period from 1945 to 1950 |   |                         |                            |   |                    |
| E                        | VII New Orleans-Kansas City-Minot, N. D.                | Oct. 1948 to Feb. 1950  | 79                         | 303                                     | 23,940             |
| G                        | II New York-Miami                                       | Nov. 1947 to Feb. 1950  | 194                        | 248                                     | 48,187             |
| H                        | III Miami-Caribbean region-South America                | Nov. 1947 to May 1949   | 27                         | 247                                     | 6,677              |
| H                        | IV San Francisco-Australia-Orient                       | Aug. 1947 to Apr. 1949  | 69                         | 231                                     | 15,951             |
| J                        | VIII New York-Seattle                                   | Dec. 1948 to Apr. 1950  | 388                        | 99.4                                    | 38,578             |

TABLE II.—AIRPLANE CHARACTERISTICS

| Airplane | Design gross wt., $W$ , lb | Wing area, $S$ , sq ft | Wing span, $b$ , ft | Mean geometric chord, $c$ , ft | Aspect ratio, $A$ | Design cruising speed, $V_C$ , mph | Estimated operating altitude, ft | Mass ratio, $\mu_z$ (a) | Gust factor |         |                 | Slope of lift curve, computed from $\frac{6A}{A+2}$ |
|----------|----------------------------|------------------------|---------------------|--------------------------------|-------------------|------------------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------|---------|-----------------|---|
|          |                            |                        |                     |                                |                   |                                    |                                  |                         | $K_z$       | $K$ (b) | $\frac{K}{K_z}$ |   |
| A        | 13,400                     | 836                    | 74                  | 11.3                           | 6.6               | 180                                | 5,000                            | 7.94                    | 0.528       | 0.960   | 1.83            | 4.60  |
| B        | 13,560                     | 939                    | 85                  | 11.0                           | 7.7               | 215                                | 5,000                            | 9.75                    | .570        | 1.008   | 1.77            | 4.70  |
| C        | 41,000                     | 1,340                  | 118.2               | 11.3                           | 10.4              | 181                                | 5,000                            | 13.85                   | .637        | 1.098   | 1.73            | 5.04  |
| D        | 50,000                     | 2,145                  | 130                 | 16.5                           | 7.9               | 163                                | 5,000                            | 7.62                    | .518        | 1.045   | 2.02            | 4.78  |
| E        | 25,200                     | 1,987                  | 95                  | 10.4                           | 9.1               | 211                                | 5,000                            | 12.55                   | .631        | 1.064   | 1.71            | 4.92  |
| F        | 45,000                     | 1,485                  | 107.3               | 13.9                           | 7.8               | 230                                | 5,000                            | 11.75                   | .610        | 1.097   | 1.80            | 4.78  |
| G        | 94,000                     | 1,650                  | 123                 | 14.7                           | 9.2               | 271                                | 10,000                           | 23.60                   | .725        | 1.190   | 1.64            | 4.63  |
| H        | 70,700                     | 1,461                  | 117.5               | 13.6                           | 9.6               | 224                                | 10,000                           | 21.57                   | .711        | 1.166   | 1.64            | 4.98  |
| J        | 39,900                     | 864                    | 93.3                | 10.1                           | 10.1              | 256                                | 5,000                            | 23.68                   | .725        | 1.160   | 1.60            | 5.00  |

(a) For 0.85 gross weight at estimated operating altitude.  
(b) For 0.85 gross weight.

Application of gust formulas to V-G records.—The record from the V-G recorder presents an envelope of the maximum positive and negative accelerations experienced as a function of the airspeed. The gust-velocity data published in references 3 to 7 were evaluated from V-G records by substituting into the original gust-load formula the accelerations and associated airspeeds read from each V-G record envelope. Only the maximum positive and negative values of the effective gust velocities evaluated from each record were selected for analysis. The original formula (given in the introduction to this report) as transposed for this purpose is

$$U_{e,max} = \frac{2a_n W}{m \rho_0 S V_e K} \quad (12)$$

where  $a_n$  and  $V_e$  are the accelerations and associated airspeeds giving the maximum positive and negative effective gust velocities  $U_{e,max}$  for each record. It should be noted that owing to the effect of airspeed the values of acceleration which are associated with the maximum effective gust velocities are not necessarily the overall maximum positive and negative accelerations observed on the V-G record but, rather, are particular points on the record envelope. The subscript,  $max$ , was therefore dropped from  $a_n$  for this application.

The application of the revised formula to the evaluation of V-G records is the same as that of the original formula. From equation (11) the maximum derived gust velocities for a given record are

$$U_{d_e,max} = \frac{2a_n W}{m \rho_0 S V_e K_e} \quad (13)$$

where again  $a_n$  and  $V_e$  are the accelerations and associated airspeeds giving the maximum positive and negative gust velocities.

Method of re-evaluation and results.—The method of converting the measurements of  $U_{e,max}$  into terms of  $U_{d_e,max}$  follows directly from the definitions of the two quantities. From equations (12) and (13)

$$U_{d_e,max} = U_{e,max} \frac{K}{K_e} \quad (14)$$

This relation permits simple conversion of the values of  $U_{e,max}$  obtained from measurements from a given airplane to values of  $U_{d_e,max}$ . It might be noted that in calculating  $U_{d_e,max}$  the effects of air density on the airplane response are included, since the value of  $K_e$  depends upon the mass ratio

which in turn is a function of air density. For the present calculations (as was done in ref. 3 and refs. 5 to 7), an operating weight was assumed equal to 85 percent of the airplane weight and a lift-curve slope was computed by using the relation  $m = \frac{6A}{A+2}$  as indicated in table II. (Gust velocities

are not given in reference 4; therefore, the normal-acceleration and airspeed data upon which that paper is based were re-evaluated to obtain values of  $U_{e_{max}}$  and  $U_{de_{max}}$  for this report.) Inasmuch as V-G records do not indicate the altitudes flown, it was necessary to estimate average operating altitudes from information received from the operator and from analysis of time-history data obtained on the airlines. The values of  $K/K_g$  obtained for the various airplanes range from about 1.6 to 2.0 and are given in table II.

The application of equation (14) to the individual values of  $U_{e_{max}}$  used to obtain the distributions of references 3 to 7 yielded values of  $U_{de_{max}}$  for each of the airplanes listed in table I. The results are summarized in table III as frequency distributions of  $U_{de_{max}}$ . These  $U_{de_{max}}$  distributions were then fitted with theoretical extreme-value distributions (see ref. 9) in order to smooth out the irregularities of the observed distributions and to provide a consistent basis for their extrapolation. The extreme-value distributions were fitted in accordance with the method of reference 9 by making use of the values of location parameter  $\gamma$  and scale parameter  $\lambda$  given in table III for each particular case. The theoretical distributions were then expressed as distributions of the probability  $P$  of exceeding a given level of  $U_{de_{max}}$  and, for convenience in comparing the various distributions, the probabilities were converted to flight distance by using the relation

$$l = \frac{0.8V_c\tau}{P} \tag{15}$$

In this relation  $l$  is the average number of flight miles required to exceed given values of  $U_{de_{max}}$ ,  $\tau$  is the average flight time in hours per record for the respective data sample, and

TABLE III.—FREQUENCY DISTRIBUTIONS AND STATISTICAL PARAMETERS OF  $U_{de_{max}}$

(a) Period 1933 to 1941

| $U_{de_{max}}$ , fps       | Number of observations for airplane and route |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                            | A-I   | B-II  | C-III | D-IV  | E-I   | E-V   | E-VI  | F-III |
| 4 to 8                     |   |       |       | 2     |       |       |       |       |
| 8 to 12                    |   |       | 7     | 9     |       |       |       | 3     |
| 12 to 16                   | 1   | 2     | 20    | 32    |       | 2     | 5     | 33    |
| 16 to 20                   | 1   | 7     | 28    | 40    | 2     | 1     | 0     | 46    |
| 20 to 24                   | 5   | 7     | 65    | 35    | 3     | 9     | 6     | 30    |
| 24 to 28                   | 3   | 5     | 57    | 34    | 7     | 14    | 4     | 29    |
| 28 to 32                   | 8   | 7     | 27    | 21    | 3     | 16    | 4     | 13    |
| 32 to 36                   | 12  | 3     | 19    | 16    | 8     | 9     | 2     | 7     |
| 36 to 40                   | 11  | 3     | 5     | 2     | 4     | 10    | 0     | 1     |
| 40 to 44                   | 7   | 0     | 2     | 4     | 1     | 5     | 1     | 3     |
| 44 to 48                   | 6   | 1     | 2     | 0     | 2     | 5     |       | 1     |
| 48 to 52                   | 2   | 1     | 2     | 3     | 1     | 0     |       |       |
| 52 to 56                   | 1   |       |       | 0     |       | 1     |       |       |
| 56 to 60                   | 2   |       |       | 0     |       | 2     |       |       |
| 60 to 64                   |   |       |       | 0     |       |       |       |       |
| 64 to 68                   |   |       |       | 0     |       |       |       |       |
| 68 to 72                   |   |       |       | 1     |       |       |       |       |
| Total, N                   | 60  | 36    | 234   | 200   | 30    | 74    | 22    | 166   |
| $\bar{U}_{de_{max}}$ , fps | 36.46   | 26.66 | 24.30 | 23.08 | 31.06 | 32.27 | 24.36 | 21.51 |
| $\gamma$                   | 32.10   | 22.81 | 21.11 | 19.02 | 27.72 | 23.18 | 20.95 | 18.46 |
| $\lambda$                  | 0.13  | 0.15  | 0.18  | 0.14  | 0.17  | 0.14  | 0.17  | 0.19  |

TABLE III.—FREQUENCY DISTRIBUTIONS AND STATISTICAL PARAMETERS OF  $U_{de_{max}}$ —Continued

(b) Period 1941 to 1945

| $U_{de_{max}}$ , fps       | Number of observations for airplane and route |       |       |
|----------------------------|---|-------|-------|
|                            | D-IV  | E-I   | F-III |
| 4 to 8                     |   |       | 1     |
| 8 to 12                    | 3   |       | 1     |
| 12 to 16                   | 2   |       | 12    |
| 16 to 20                   | 8   |       | 27    |
| 20 to 24                   | 11  | 2     | 61    |
| 24 to 28                   | 19  | 10    | 72    |
| 28 to 32                   | 10  | 4     | 81    |
| 32 to 36                   | 4   | 10    | 57    |
| 36 to 40                   | 1   | 6     | 38    |
| 40 to 44                   | 0   | 2     | 14    |
| 44 to 48                   | 1   | 0     | 9     |
| 48 to 52                   | 0   | 0     | 5     |
| 52 to 56                   | 0   | 4     | 3     |
| 56 to 60                   | 1   | 0     | 1     |
| 60 to 64                   |   | 0     | 0     |
| 64 to 68                   |   | 0     | 1     |
| 68 to 72                   |   | 0     | 1     |
| 72 to 76                   |   | 1     | 2     |
| 76 to 80                   |   | 0     |       |
| 80 to 84                   |   | 0     |       |
| 84 to 88                   |   | 1     |       |
| Total, N                   | 60  | 40    | 386   |
| $\bar{U}_{de_{max}}$ , fps | 25.26   | 36.30 | 29.67 |
| $\gamma$                   | 21.70   | 30.30 | 25.53 |
| $\lambda$                  | 0.16  | 0.10  | 0.14  |

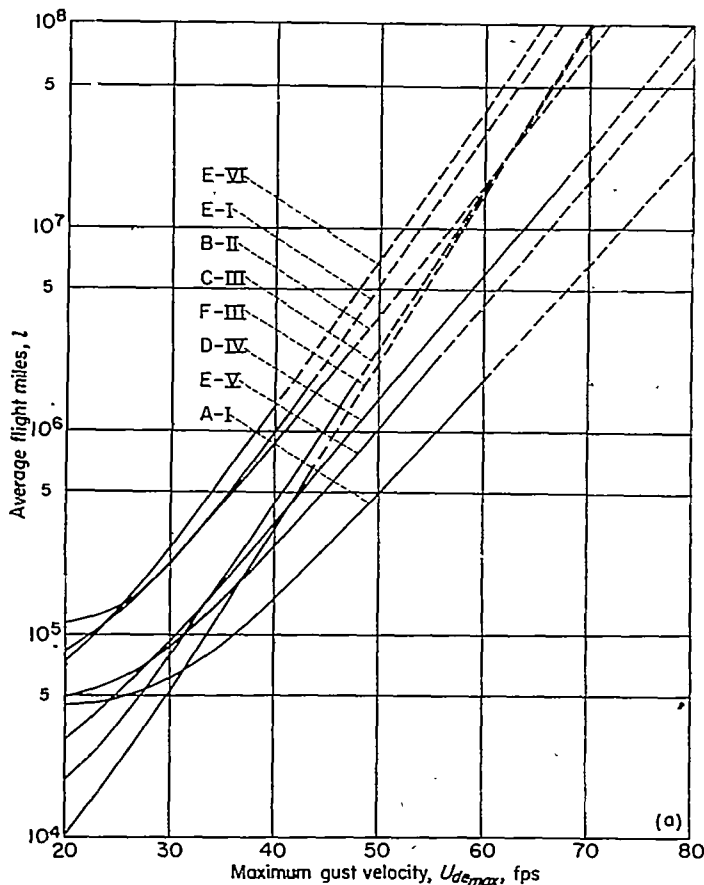
TABLE III.—FREQUENCY DISTRIBUTIONS AND STATISTICAL PARAMETERS OF  $U_{de_{max}}$ —Concluded

(c) Period 1945 to 1950

| $U_{de_{max}}$ , fps       | Number of observations for airplane and route |       |       |       |        |
|----------------------------|---|-------|-------|-------|--------|
|                            | E-VII   | G-II  | H-III | H-IV  | J-VIII |
| 12 to 16                   |   | 3     |       | 2     |        |
| 16 to 20                   | 5   | 12    | 3     | 20    | 1      |
| 20 to 24                   | 8   | 30    | 5     | 17    | 18     |
| 24 to 28                   | 24  | 74    | 15    | 50    | 82     |
| 28 to 32                   | 24  | 53    | 7     | 18    | 133    |
| 32 to 36                   | 33  | 62    | 4     | 15    | 203    |
| 36 to 40                   | 24  | 67    | 7     | 10    | 140    |
| 40 to 44                   | 12  | 26    | 6     | 5     | 86     |
| 44 to 48                   | 9   | 22    | 4     | 1     | 49     |
| 48 to 52                   | 10  | 9     | 2     |       | 26     |
| 52 to 56                   | 3   | 18    | 1     |       | 16     |
| 56 to 60                   | 2   | 6     |       |       | 11     |
| 60 to 64                   | 1   | 2     |       |       | 4      |
| 64 to 68                   | 1   | 0     |       |       | 3      |
| 68 to 72                   | 2   | 1     |       |       | 2      |
| 72 to 76                   |   | 1     |       |       | 0      |
| 76 to 80                   |   | 1     |       |       | 1      |
| 80 to 84                   |   | 0     |       |       | 1      |
| 84 to 88                   |   | 0     |       |       |        |
| 88 to 92                   |   | 1     |       |       |        |
| Total, N                   | 153   | 338   | 54    | 133   | 776    |
| $\bar{U}_{de_{max}}$ , fps | 35.49   | 34.52 | 32.52 | 27.74 | 36.31  |
| $\gamma$                   | 30.98   | 29.80 | 28.40 | 24.97 | 32.53  |
| $\lambda$                  | 0.13  | 0.12  | 0.14  | 0.21  | 0.16   |

$0.8V_c$  is an assumed average operating airspeed in miles per hour. The results obtained by the application of equation (15) to the present data are shown in figure 3 (in three parts corresponding to the division of the data into the prewar, wartime, and postwar periods) which summarizes the gust velocities encountered in the various operations. The dashed portions of the curves indicate extrapolations beyond the limits of the data.

As a simple comparison of the levels of the gust velocities encountered in the various operations, the expected largest values of  $U_{de_{max}}$  at 10<sup>7</sup> flight miles were obtained from figure 3 and are listed in table IV. The corresponding values of  $U_{e_{max}}$  obtained from the data in figure 2 of reference 3 for



(a) Period 1933 to 1941.

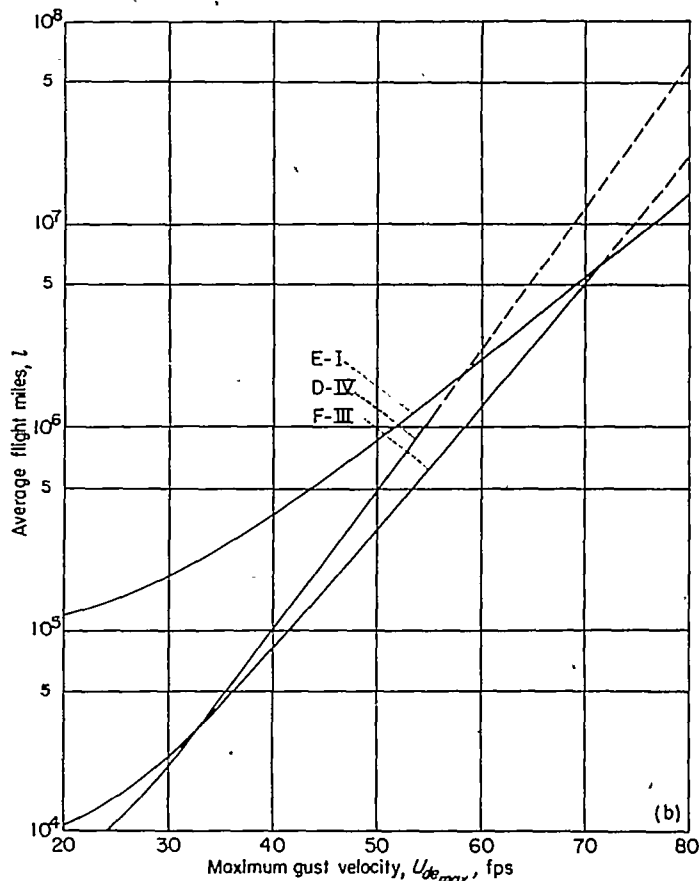
FIGURE 3.—Average flight miles  $l$  for a maximum positive and negative gust velocity to equal or exceed a given value.

$10^7$  flight miles are also given for comparison. (The values of  $U_{de_{max}}$  shown in table IV differ in some cases from those obtained by scaling the values of  $U_{e_{max}}$  by using equation (14). These differences are small and are mainly the result of minor differences in grouping and in curve-fitting methods used.)

In general, the levels of  $U_{de_{max}}$  for the various operations remain essentially the same as the corresponding levels of  $U_{e_{max}}$ . The findings previously reported in reference 3—that the gusts experienced during the operations of these airplanes were largely independent of route, airplane, and operator—are not changed significantly.

CONCLUDING REMARKS

A revised gust-load formula with a new alleviation factor termed "gust factor" has been derived herein to replace the gust-load formula widely used for design and gust studies. The revised formula, which is similar in form to the original formula, will be used by the NACA in the evaluation of relevant gust data. A brief comparison of the features of the two formulas has also been presented.



(b) Period 1941 to 1945.

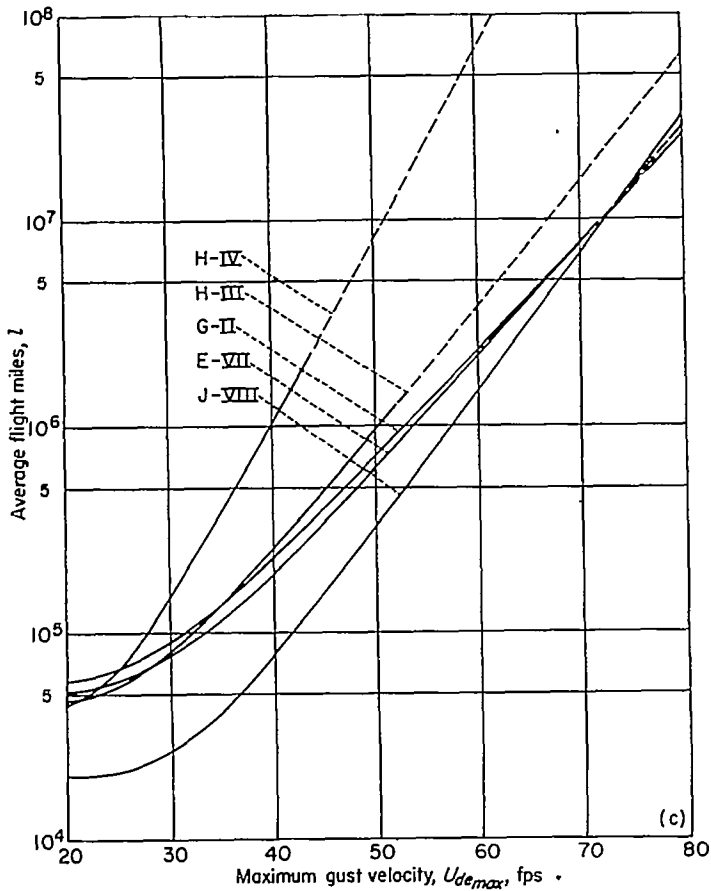
FIGURE 3.—Continued.

The revised gust-load formula has been used to re-evaluate the gust-velocity data computed from V-G records taken on civil transport airplanes during the period from 1933 to 1950, and the results have been summarized. The re-evaluation was made in terms of a "derived" gust velocity  $U_{de}$ , which is related to the "effective" gust velocity  $U_e$  by a conversion factor that is a function of the type of airplane and the operating altitude. Although the value of the conversion factor varies from about 1.6 to 2.0 for the data presented, the conclusions drawn from the previously presented data based on  $U_e$  (in particular, concerning the levels of evaluated gust velocities between different routes) remain essentially unchanged.

LANGLEY AERONAUTICAL LABORATORY,  
NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS,  
LANGLEY FIELD, VA., September 8, 1953.

REFERENCES

1. Anon.: Airplane Airworthiness—Transport Categories. Pt. 4b of Civil Air Regulations, Civil Aero. Board, U. S. Dept. Commerce, July 20, 1950.



(c) Period 1945 to 1950.

FIGURE 3.—Concluded.

2. Donely, Philip: Summary of Information Relating to Gust Loads on Airplanes. NACA Rep. 997, 1950. (Supersedes NACA TN 1976.)
3. Walker, Walter G., and Steiner, Roy: Summary of Acceleration and Airspeed Data From Commercial Transport Airplanes During the Period From 1933 to 1945. NACA TN 2625, 1952.
4. Coleman, Thomas L., and Schumacher, Paul W. J.: An Analysis of the Normal Accelerations and Airspeeds of a Four-Engine Airplane Type in Postwar Commercial Transport Operations on Trans-Pacific and Caribbean-South American Routes. NACA TN 2176, 1950.
5. Walker, Walter G., and Schumacher, Paul W. J.: An Analysis of the Normal Accelerations and Airspeeds of a Two-Engine Type of Transport Airplane in Commercial Operations on Routes in

TABLE IV.—VALUES OF  $U_{d,max}$  AND  $U_{e,max}$  AT 10<sup>7</sup> FLIGHT MILES

| Airplane and route  | $U_{d,max}$ | $U_{e,max}$ |
|---------------------|-------------|-------------|
| Period 1933 to 1941 |             |             |
| A-I.....            | 73.3        | 42.1        |
| B-II.....           | 56.5        | 33.4        |
| C-III.....          | 57.5        | 33.7        |
| D-IV.....           | 63.8        | 31.1        |
| E-I.....            | 53.8        | 31.4        |
| E-V.....            | 66.3        | 37.9        |
| E-VI.....           | 52.2        | 33.8        |
| F-III.....          | 53.1        | 32.6        |
| Period 1941 to 1945 |             |             |
| D-IV.....           | 63.8        | 35.2        |
| E-I.....            | 76.5        | 47.3        |
| F-III.....          | 74.7        | 42.8        |
| Period 1945 to 1950 |             |             |
| E-VII.....          | 72.2        | 42.2        |
| G-II.....           | 72.4        | 43.4        |
| H-III.....          | 67.1        | 39.9        |
| H-IV.....           | 51.2        | 32.0        |
| J-VIII.....         | 72.6        | 45.5        |

the Central United States From 1948 to 1950. NACA TN 2735, 1952.

6. Steiner, Roy: An Analysis of Normal Accelerations and Airspeeds of One Type of Twin-Engine Transport Airplane in Commercial Operations Over a Northern Transcontinental Route. NACA TN 2833, 1952.
7. Coleman, Thomas L., and Schumacher, Paul W. J.: An Analysis of Normal Acceleration and Airspeed Data From a Four-Engine Type of Transport Airplane in Commercial Operation on an Eastern United States Route From November 1947 to February 1950. NACA TN 2965, 1953.
8. Aiken, William S., Jr.: Standard Nomenclature for Airspeeds With Tables and Charts for Use in Calculation of Airspeed. NACA Rep. 837, 1946. (Supersedes NACA TN 1120.)
9. Press, Harry: The Application of the Statistical Theory of Extreme Values to Gust-Load Problems. NACA Rep. 991, 1950. (Supersedes NACA TN 1926.)
10. Jones, Robert T.: The Unsteady Lift of a Wing of Finite Aspect Ratio. NACA Rep. 681, 1940.
11. Kordes, Eldon E., and Houbolt, John C.: Evaluation of Gust Response Characteristics of Some Existing Aircraft With Wing Bending Flexibility Included. NACA TN 2897, 1953.
12. Houbolt, John C., and Kordes, Eldon E.: Structural Response to Discrete and Continuous Gusts of an Airplane Having Wing Bending Flexibility and a Correlation of Calculated and Flight Results. NACA Rep. 1181, 1954.