

Obtenção de leis de controle de aeronaves para otimização de manobras complexas através de técnicas de penalização

Paulo Henriques Iscold Andrade de Oliveira

Ricardo Luiz Utsch de Freitas Pinto

Centro de Estudos Aeronáuticos - Universidade Federal de Minas Gerais.

Copyright © 2005 Society of Automotive Engineers, Inc

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma metodologia para a determinação numérica das leis de controle de aeronaves necessárias para a realização otimizada de uma manobra pré-estabelecida, podendo ser aplicada a diversos padrões de movimento da aeronave. Com a determinação do controle necessário para que uma aeronave realize de forma otimizada trajetórias preestabelecidas é possível elaborar estratégias eficientes não só para o controle automático do voo, como também para orientação de vôos pilotados. A metodologia é baseada na minimização de funções de penalidade através de algoritmos de programação matemática com a integração numérica das equações do movimento da aeronave. São discutidos aspectos numéricos da aplicação deste procedimento, importantes para o seu desempenho adequado. Esta metodologia é aplicada ao movimento longitudinal de uma aeronave incluindo o movimento de arfagem. Resultados são obtidos para a otimização de manobra tipo loop e para vôo de competição de planadores.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta a aplicação de uma metodologia para a determinação numérica das leis de controle de aeronaves necessárias para a realização otimizada de manobras pré-estabelecidas. Esta metodologia pode ser aplicada a diversos padrões de movimento da aeronave, sendo baseada na minimização de funções de penalidade através de algoritmos de programação matemática com a integração numérica das equações do movimento da aeronave.

Serão apresentados resultados referentes a dois problemas de otimização de trajetórias de voo. O primeiro trata de uma aeronave acrobática efetuando uma manobra tipo looping, incluindo as etapas de vôo reto nivelado antes e depois do loop. O segundo trata de um planador de competição executando vôo entre térmicas de forma

otimizada, incluindo a etapa de recuperação de altura em térmica.

Em ambos os problemas o objetivo é determinar a lei de deflexões do profundor que permita realizar a manobra o mais próximo possível do desejado. O trabalho é baseado em um modelo de movimento considerando-se vôo simétrico (Iscold e Pinto, 2004).

MODELO DO MOVIMENTO SIMÉTRICO DE AERONAVES

O modelo do movimento simétrico de aeronaves utilizado neste trabalho se baseia em Iscold e Pinto (2004), e inclui a força de tração proveniente do grupo motopropulsor.

A Figura 1 apresenta o diagrama de forças utilizado para a dedução das equações de movimento.

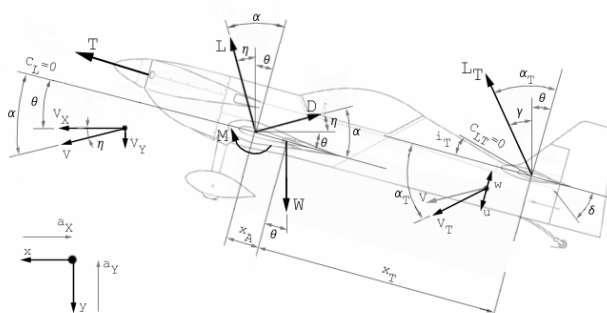


Figura 1 – Diagrama de forças

Com as variáveis de estado definidas como:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x \\
 x_2 &= y \\
 x_3 &= \theta \\
 x_4 &= \dot{x} = V_x \\
 x_5 &= \dot{y} = V_y \\
 x_6 &= \dot{\theta} = q
 \end{aligned} \tag{1}$$

pode-se escrever as equações de estado como:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4 \\ \dot{x}_2 = x_5 \\ \dot{x}_3 = x_6 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m} [L \operatorname{sen} \eta - D \cos \eta + L_T \operatorname{sen} \gamma + T \cos x_3] \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{m} [-L \cos \eta - D \operatorname{sen} \eta + L_T \cos \gamma - T \operatorname{sen} x_3 + W] \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{J} [M + L x_A \cos \alpha - L_T x_T \cos \alpha_T] \end{cases} \quad (2)$$

onde:

$$L = \frac{1}{2} \rho(y) S C_L(\alpha) V_R^2$$

$$D = \frac{1}{2} \rho(y) S C_D(\alpha) V_R^2$$

$$M = \frac{1}{2} \rho(y) S \bar{c} C_M(\alpha) V_R^2$$

$$V_R = \sqrt{(x_4 + a_x)^2 + (x_5 + a_y)^2}$$

$$\operatorname{sen} \eta = \frac{(x_5 + a_y)}{V_R}$$

$$\cos \eta = \frac{(x_4 + a_x)}{V_R}$$

$$L_T = \frac{1}{2} \rho(y) S_T C_{LT}(\alpha_T; \delta) V_{RT}^2$$

$$V_{RT} = \sqrt{\begin{matrix} (x_4 + u_x)^2 + (x_5 + u_y)^2 \\ + \left[\begin{matrix} 2(x_4 + u_x) \operatorname{sen} x_3 \\ + 2(x_5 + u_y) \operatorname{sen} x_3 + p - w \end{matrix} \right] \cdot (p - w) \end{matrix}}$$

$$w \cong \alpha \frac{d\varepsilon}{d\alpha} V_R$$

$$p = x_6 \cdot x_T$$

$$\gamma = \alpha_T - x_3$$

$$\alpha_T = \operatorname{atg} \left(\frac{V_{NT}}{V_{TT}} \right)$$

$$\operatorname{sen} \alpha_T = \frac{V_{NT}}{V_{RT}}$$

$$\cos \alpha_T = \frac{V_{TT}}{V_{RT}}$$

$$V_{TT} = (x_4 + u_x) \cos x_3 - (x_5 + u_y) \operatorname{sen} x_3$$

$$V_{NT} = (x_4 + u_x) \operatorname{sen} x_3 + (x_5 + u_y) \cos x_3 + p - w$$

A força de tração do grupo motopropulsor (T) deve ser calculada como função da posição da manete de

potência, da rotação do motor e da velocidade de vôo. De forma a simplificar este cálculo foi admitido que a aeronave será dotada de uma hélice de velocidade constante (comum em aeronaves acrobáticas) o que permite considerar a rotação do motor também constante (McCormick, 1979). A posição da manete de potência será tratada como um dado de entrada para o problema, tornando a tração função apenas da velocidade de vôo.

O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O problema de otimização consiste em encontrar a lei de controle — no caso do movimento longitudinal de aeronaves, a deflexão do profundor ($\delta(t)$) e a força de tração ($T(t)$) — que gere um movimento o mais próximo possível de uma manobra pré-estabelecida do tipo:

$$f(x(t), t) = 0, \quad t \in [0, t_f] \quad (3)$$

onde t_f denota o tempo final de execução da manobra.

Assim, como função objetivo, baseado no princípio de mínimos quadrados, adota-se:

$$F = \frac{1}{2} [f]^2 \quad (4)$$

que deve ser minimizada, ponto a ponto, desde $t = 0$ até $t = t_f$.

Embora, a princípio, a minimização absoluta de (4) seja suficiente para descrever a trajetória (3), na prática, é preciso incluir na função objetivo um termo que garanta a condição de tangência da trajetória (Iscol, 2004). Para isso, deriva-se a função (3) para se obter:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial f}{\partial t} = g(x(t), t) \quad (5)$$

que deve também se anular para todo $t \in [0, t_f]$.

Considerando-se (3) e (5) simultaneamente, no lugar de (4) deve-se adotar como função objetivo:

$$G = \frac{1}{2} [f]^2 + \frac{1}{2} [g]^2 \quad (6)$$

Desta forma, o problema de otimização pode ser resolvido encontrando-se os valores da deflexão do profundor e da força de tração ($\delta(t), T(t)$) que minimizem a função (6) a cada instante $t \in [0, t_f]$. Note que os valores das variáveis de estado necessários para avaliar a função objetivo (6) devem ser obtidos a partir da lei de controle de acordo com o modelo dinâmico (2).

PROCEDIMENTO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Para a solução das equações de estado do modelo dinâmico é necessário utilizar um integrador numérico de

precisão adequada. Para a obtenção dos resultados apresentados neste trabalho foi utilizado uma versão de quinta ordem do Método de Runge Kutta (Press et alli, 1992). A escolha desta versão se deve à sua precisão superior às versões de quarta ordem, mais comuns neste tipo de aplicação, e pela possibilidade que se tem de implementar um procedimento de passo adaptativo. Iscold e Pinto (2004) e Press et alli (1992) apresentam maiores detalhes a respeito deste procedimento.

PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO

Para a obtenção da lei de controle ótimo $(\delta(t), T(t))$, passo a passo, deve ser utilizado um procedimento de programação matemática.

A idéia natural é que a função objetivo (6) seja minimizada a cada passo do integrador. Entretanto, testes numéricos indicaram que o melhor é que isto seja feito ao final de um número determinado de passos, contornando dificuldades de instabilidade numérica, sem desviar a trajetória significativamente daquela pré-estabelecida. De acordo com os testes realizados, o intervalo que deve ser aguardado para executar o procedimento de otimização deve ser determinado para cada problema em particular.

APLICAÇÕES E RESULTADOS

Manobra tipo loop completa

Para a geração de resultados numéricos relativos ao problema de uma aeronave acrobática efetuando uma manobra tipo looping, incluindo as etapas de vôo reto nivelado antes e depois do loop foram utilizados os parâmetros da aeronave acrobática ilimitada CEA-309 *Mehari* (Figura 2) que está em desenvolvimento no Centro de Estudos Aeronáuticos da UFMG. Um resumo das principais características desta aeronave é apresentado na Tabela 1.

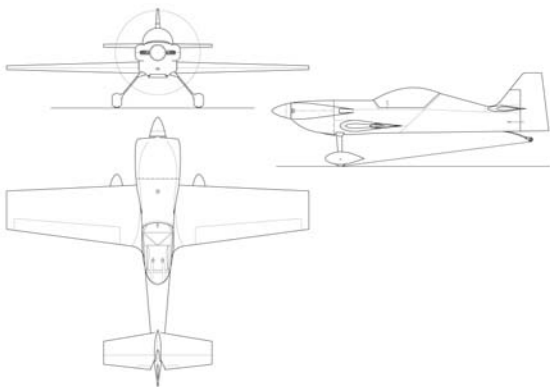


Figura 2 – Três vistas da aeronave acrobática ilimitada CEA-309 *Mehari*

Tabela 1 – Características da aeronave CEA-309 *Mehari*

Número de Lugares	1 – monoplacé
Envergadura	6.08m
Comprimento	5.86m
Área Alar	6.72m ²
Área da EH	1.50m ²
CMA asa	1.128m
Posição CA aeronave	18.54% CMA asa
Posição CG aeronave	28.16% CMA asa
Dist. CG aeronave – CA EH	3.26m
Dowh-wash médio	0.4032
Raio de giração estimado	0.38
Momento de inércia arfagem	33.03kg.m ²
Razão de rolamento	400°/sec
Fatores de carga limites	+11g/-11g
VNE	450 km/h
Peso Vazio	370 kgf
Peso máximo acrobático	523 kgf
Potência	200 hp

As características aerodinâmicas da aeronave podem ser resumidas através de sua polar de arrasto, determinada por Iscold (2001) e apresentada na Figura 3

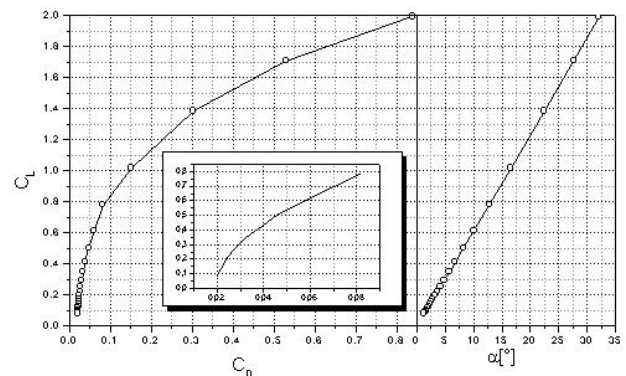


Figura 3 – Polar de arrasto da aeronave CEA-309 *Mehari*

Para este problema, a função objetivo a ser minimizada a cada passo de integração, incluindo o termo que representa a condição de tangência é:

$$G = \frac{1}{2}(x_2 - (b - R))^2 + \frac{1}{2}(x_3)^2 \quad (7)$$

para as etapas de vôo reto nivelado, e

$$G = \frac{1}{2}[(x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 - R^2]^2 + \frac{1}{2}[(x_1 - a)x_4 + (x_2 - b)x_5]^2 \quad (8)$$

para a etapa da manobra tipo loop, propriamente dita, onde a e b representam as coordenadas do centro da circunferência do loop e R o seu raio.

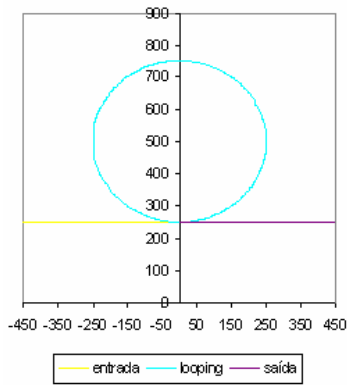


Figura 4 – Trajetória de uma manobra tipo loop obtida através do procedimento proposto

Como se trata de uma aeronave dotada de um motor de 200hp e uma hélice Hartzell HCCZYK-4/C7666A-2. Como se trata de uma hélice de velocidade constante, o controle de tração da aeronave passa a ser automático, permitindo que esta variável de controle seja adotada como uma função da potência do motor e da velocidade da aeronave. As curvas de tração deste conjunto moto-propulsor, em regime de máxima potência e com 75% de potência, podem ser aproximadas pelos seguintes polinômios (Iscold, 2001):

$$T_{100\%}(V) = 0.0816V^2 - 28.8891V + 3229.0759 \quad (9)$$

$$T_{75\%}(V) = 0.0836V^2 - 23.9634V + 2365.8266 \quad (10)$$

Com esta simplificação resta apenas uma variável a ser otimizada a cada passo ($\delta(t)$), o que foi realizado utilizando-se um algoritmo baseado no método da Seção Áurea.

A Figura 4 apresenta um vista geral da trajetória otimizada executada pela aeronave. A Figura 7 apresenta a lei de controle ótimo que gera a trajetória apresentada na Figura 4. Já a Figura 5 e a Figura 1 apresentam em detalhe as regiões de entrada e saída do loop.

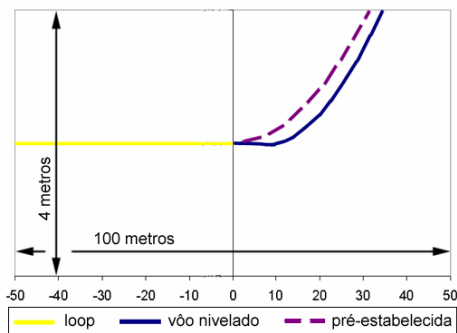


Figura 5 – Detalhe da região de entrada na manobra tipo loop

Vôo entre térmicas de um planador de competição

Para a geração dos resultados numéricos de um planador de competição executando vôo entre térmicas de forma

otimizada, incluindo a etapa de recuperação de altura em térmica, foram utilizados os parâmetros de uma planador modelo PIK-20B (Figura 8), de acordo com a Tabela 2.

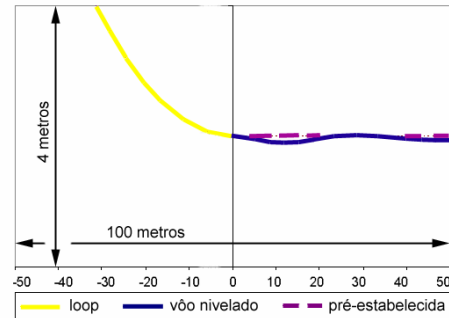


Figura 6 – Detalhe da região de saída na manobra tipo loop

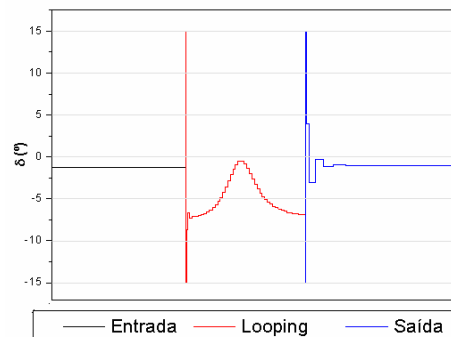


Figura 7 – Lei de controle (deflexão do profundor) durante a manobra

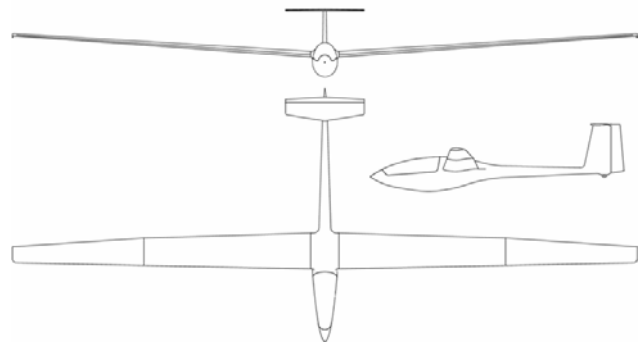


Figura 8 – Três vistas do planador PIK-20B

Por se tratar de um planador, onde não existe força de tração, como no problema anterior, resta apenas uma variável a ser otimizada a cada passo de integração..

De acordo com Iscold (2004) pode-se definir uma lei de controle sub-ótimo para este tipo de vôo, através da divisão do mesmo em quatro etapas distintas: i) picada para ganhar velocidade logo após o início da manobra; ii) vôo entre térmicas com velocidade constante; iii) cabrada para diminuir a velocidade logo antes da entrada na térmica e iv) vôo em curva dentro da térmica para recuperar a altura perdida durante o vôo entre térmicas.

Tabela 2 – Características gerais do planador PIK-20B

Envergadura da asa	15.00 m	Peso máximo de decolagem	450 kgf
Comprimento da fuselagem	6.45 m	Perfis das asas:	Raiz - FX67-K-170
Área da asa	10.00 m ²		Ponta - FX67-K-150
Alongamento	22.50	Envergadura da Empenagem Hor.	2.00 m
Peso vazio	220 kgf	Área da Empenagem Horizontal	0.975 m ²

Assim, neste problema, a trajetória ótima que se deseja seguir não é baseada na posição da aeronave, mas sim no seu perfil de velocidade, que, de forma simplificada pode ser pré-definido de acordo com o esquema apresentado na Figura 9.

Assim, a função objetivo a ser minimizada para este problema, a cada passo de integração será:

$$G = \frac{1}{2} [V(\delta) - \bar{V}]^2 + \frac{1}{2} [V'(\delta) - \bar{V}']^2 \quad (11)$$

onde V e V' denotam, respectivamente, a velocidade de vôo do planador e sua derivada em relação a variável de estado x_1 , enquanto \bar{V} e \bar{V}' denotam os valores pré-determinados para as mesmas, respectivamente.

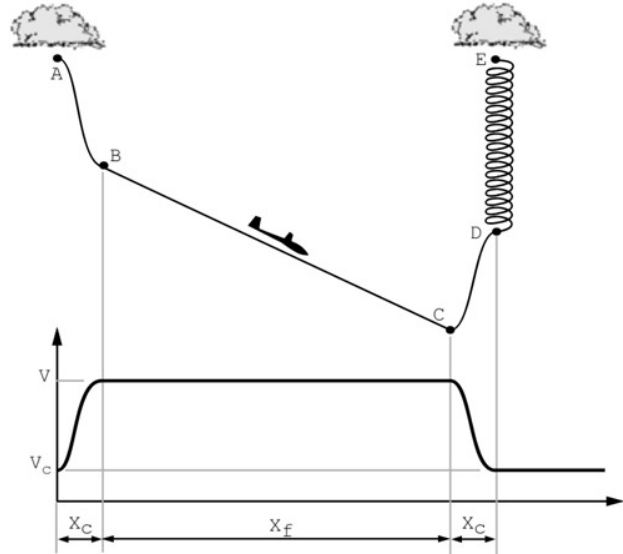


Figura 9 – Perfil de velocidades típico para o problema de otimização de trajetórias de planadores

A Figura 10 apresenta um esquema geral da trajetória otimizada executada pela aeronaves, bem como a lei de controle ótimo que gera esta trajetória. Já a Figura 11 e a Figura 12, apresentam detalhes das etapas de picada e cabrada desta manobra.

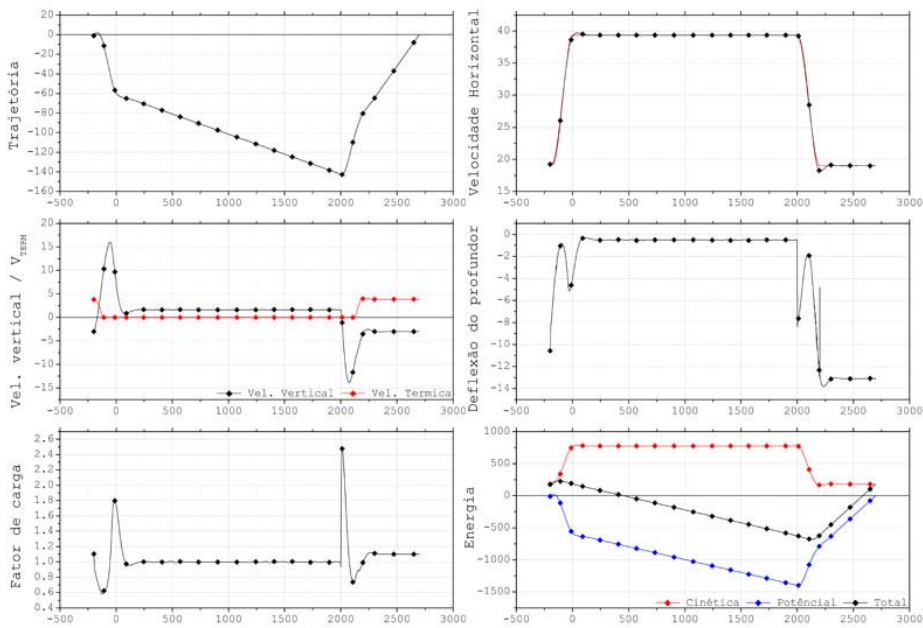


Figura 10 – Resultados para distância entre térmicas de 2000m e intensidade de térmica de 5m/s

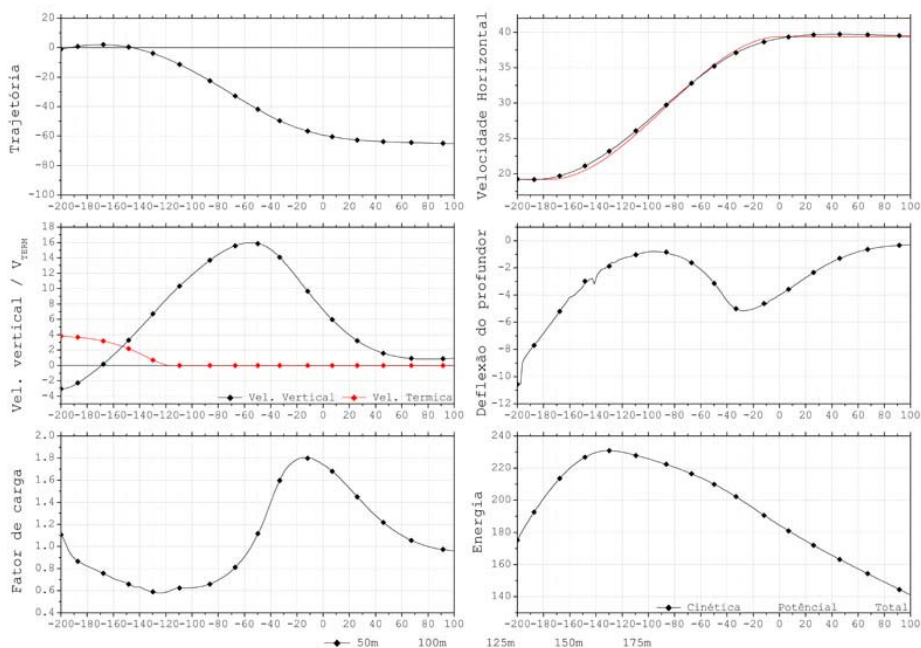


Figura 11 – Detalhes da etapa de picada para trajetória com distância entre térmicas de 2000m e intensidade de térmica de 5m/s

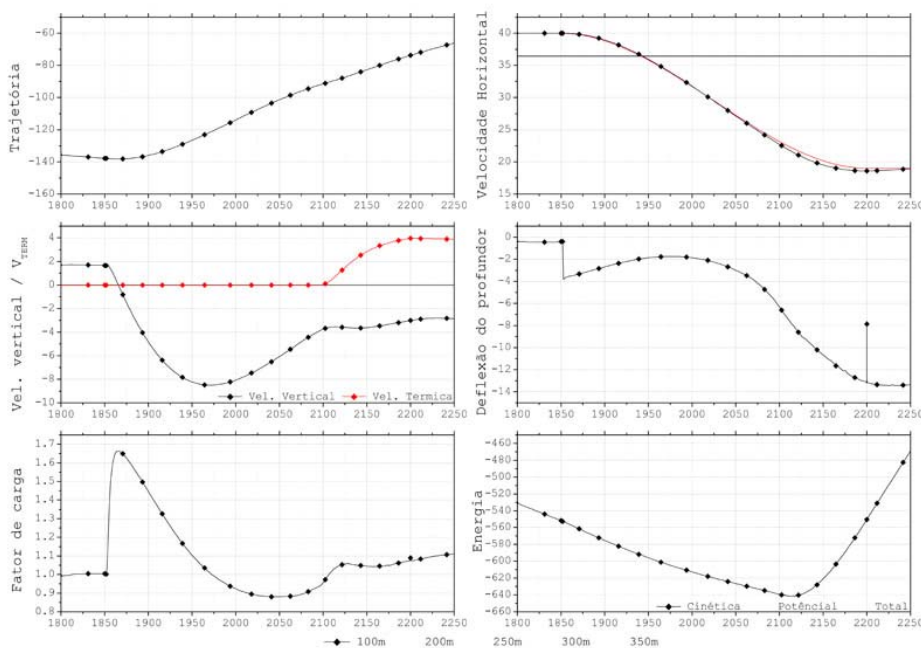


Figura 12 – Detalhes da etapa de cabrada para trajetória com distância entre térmicas de 2000m e intensidade de térmica de 5m/s

COMENTÁRIOS

Pode-se observar que, em ambos os casos, os resultados obtidos foram satisfatórios, uma vez que a trajetória especificada foi obedecida.

Nos detalhes das etapas com dinâmica mais rápida (entrada e saída no loop e etapas de picada e cabrada no voo

entre térmicas), pode-se observar que houve um pequeno desvio das trajetórias obtidas pelo procedimento proposto em relação às trajetórias especificadas. As diferenças encontradas podem ser justificadas por dois fatores: i) o primeiro se deve às restrições físicas da aeronave (incluídas no modelo), como limites de deflexão dos comandos, limites aerodinâmicos (por exemplo, estol) e limites estruturais; ii) o segundo fator se deve a imprecisões do método, sobretudo

devido ao fato de que torna-se necessário não realizar o procedimento de otimização da variável de controle em todos os passos do integrador (conforme já comentado anteriormente).

CONCLUSÃO

O procedimento apresentado para determinação de leis de controle ótimo de aeronaves se mostrou adequado em ambos os exemplos resolvidos. Sobre o problema do looping, o procedimento permitiu uma análise detalhada dos eventos que ocorrem durante o desenvolvimento desta manobra, possibilitando conclusões importantes para a prática do vôo acrobático conforme comentado em Iscold et alli (2004). Sobre o problema de vôo de competição de planadores, é importante salientar que este procedimento foi adotado como parte de um estudo mais completo cujo objetivo é, não só obter a lei de controle ótimo, mas toda a estratégia ótima para a execução deste tipo de vôo. Ressalta-se no procedimento apresentado neste trabalho a sua robustez numérica, precisão e velocidade de processamento, sem as quais não teria sido possível a obtenção dos resultados apresentados.

A utilização deste procedimento para a obtenção de leis de controle ótimo para outros tipos de manobras deve ser investigada em trabalhos futuros, sobretudo considerando-se a força de tração como uma das variáveis de controle. Pretende-se também aplicar este procedimento para modelos incluindo movimentos latero-direcionais..

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Etkin, B., 1959, "Dynamics of Flight", John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA.

Iscold, P. H. A. de O., 2001, "Projeto da Aeronave CEA-309 Mehari", Centro de Estudos Aeronáuticos da UFMG, Belo Horizonte, Brasil.

Iscold, P. H. A. de O., 2004, "Um Estudo sobre a Otimização de Trajetórias de Vôo de Planadores de Competição", Relatório de qualificação para defesa de tese de doutorado, UFMG, Belo Horizonte, Brasil.

Iscold, P., Pinto, R.L.U de F., 2003, "Mathematical modeling for Optimization of Competition Sailplane Flight: A Preliminary Approach", XI Congresso Internacional da Engenharia da Mobilidade, SAE Brasil, São Paulo, Brasil, 9p.

Luenberger, D. G., 1984, "Linear and Nonlinear Programming", Addison-Wesley Publishing Company, EUA.

McCormick, B. W., 1979, "Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics", John, Wiley & Sons, EUA.

Oliveira, P. H. A. de , Pinto, R. L. U. de F., Barros, C. P., 1999, "Um Procedimento Alternativo para Cálculo Aerodinâmico de Aeronaves Leves", Congresso SAE Brasil 1999, São Paulo, Brasil.

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., 1992, "Numerical Recipes in FORTRAN 77", Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge, USA.

Iscold, P., Pinto, R.L.U de F., Lima, K.N. de, 2004, "Lei de controle para loop acrobático ótimo", XII Congresso Internacional da Engenharia da Mobilidade, SAE Brasil, São Paulo, Brasil, 7p.